

Науково-технічні проблеми нафтогазової інженерії

УДК 622.24.053.6

DOI: 10.31471/1993-9868-2024-2(42)-7-16

АНАЛІЗ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ БУРИЛЬНОЇ КОЛОНИ ЗА ДОПОМОГОЮ МАТЕМАТИЧНОГО ТА ФІЗИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Р. В. Рачкевич¹, І. І. Чудик¹, Dorel Gusat², В. Р. Харун¹, І. О. Рачкевич^{3}, Б. А. Новосельський¹*

¹ ІФНТУНГ; 76019, Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15;
e-mail: ruslan.rachkevych@nung.edu.ua

² Технічний університет Клуж-Напока, Північний університетський центр Бая-Маре;
вул. Др. Віктора Бабеша, 62/А, м. Бая-Маре, Румунія; e-mail: Dorel.Gusat@gmail.com

³ Івано-Франківський національний медичний університет;
76018, м. Івано-Франківськ, вул. Галицька, 2; e-mail: irachkevych@ifnmi.edu.ua

Описано результати дослідження напружено-деформованого стану бурильної колони під час її експлуатації у криволінійному стовбурі свердловини із жолобом / каверною. Аналіз проведено з використанням як математичного, так і фізичного моделювання об'єкту та предмету дослідження з подальшим порівнянням результатів. Для математичного опису бурильної колони використано тривимірне твердотільне моделювання та метод скінчених елементів, реалізований у автоматизованій системі для інженерних розрахунків. З метою фізичного моделювання використано спеціально розроблений лабораторний стенд. В якості моделі бурильної колони застосовано мідну трубку з спеціальним наповнювачем для досягнення критеріальної подібності між моделлю та її натурою. Для опосередкованого вимірювання нормальних напружень на поверхні мідної трубки було використано засоби тензометрування у поєднанні з персональним комп'ютером. В обох методах враховувалася обмежувальна дія стінок стовбура свердловини за допомогою його імітаторів. Під час досліджень бралася до уваги власна вага бурильної колони, дія осьової сили та крутного моменту. Задачу розв'язано у статичній постановці. В результаті аналізу визначено величини нормальних напружень у поперечному перерізі бурильної колони у місці жолоба / каверни для двох випадків: а) за відсутності осьової сили; б) при дії осьової сили стиску. Для статистичної оцінки результатів експериментальних досліджень на промахи було використано критерій Діксона. Даний метод рекомендований для вилучення некоректних результатів вимірювань у випадку малих експериментальних вибірок. Встановлено, що відмінність між теоретичними та експериментальними результатами становить максимум 5 %, що може свідчити про їх коректність та можливість застосування для практичних потреб. Зазначено, що подальші дослідження можуть бути спрямовані на розв'язання аналогічної задачі, але вже у динамічній постановці.

Ключові слова: бурильна колона, напружено-деформований стан, математичне моделювання, фізичне моделювання.

The article describes the results of the study of the stress-deformed state of the drill string during its operation in the curved section of the well with the cavern. The analysis was carried out using both mathematical and physical modeling of the object and the subject of the study with next comparing the results. For the mathematical descrip-

tion of the drill string, a 3D solid-state modeling and the finished elements method, implemented in an automated system for engineering calculations, were used. A specially designed laboratory test bench was used for physical modeling. A copper pipe with special filler was used as a drill string model to achieve a criterion of similarity between the model and its nature. The equipment for tensometry in combination with a personal computer was used for indirect measurement of normal stresses on the surface of the copper pipe. Both methods took into account the limiting effect of the walls of the well using imitators. Own weight of the drill string, the action of the axial force and the torque were taken into account during the research. The investigations were performed with static formulation. As a result of the analysis, the magnitude of normal stresses in the cross section of the drill string over cavern for two cases was determined: a) axial force does not act; b) axial force compresses drill string. Dickson's criterion was used for statistically evaluate the results of experimental studies. This method is recommended for removal of incorrect measurement results in the case of small number of experimental data. It shows that the difference between theoretical and experimental results is a maximum of 5 %, which may indicate their correctness and possibility of use for practical needs. It is noted that further research can be aimed at solving a similar problem, but already in a dynamic formulation.

Key words: drill string, stress-strain state, mathematical modeling, physical modeling.

Вступ

З точки зору опору матеріалів, бурильна колона є довговимірним об'єктом, поздовжні розміри якого в десятки тисяч разів перевищують поперечні. До того ж, вона піддається впливу цілого спектру зовнішніх навантажень, таких як: осьові зусилля розтягу та стиску, згинальні й крутні моменти. Під їх дією бурильна колона зазнає суттєвих деформацій, які можуть бути причиною її руйнування. Тож, якщо узагальнити, проблема оцінки напружено-деформованого стану бурильних колон під час їх експлуатації є надзвичайно актуальною та, зазвичай, вирішується двома шляхами: 1) математичним моделюванням; 2) фізичним моделюванням. Як перший, так і другий широко використовуються науковцями та практиками, оскільки кожен із них має цілий ряд своїх як переваг, так і недоліків. Розглянемо науковий доробок за даним напрямком.

Аналіз сучасних закордонних і вітчизняних досліджень та публікацій

В роботі [1] проведено математичне моделювання просторових поперечних коливань у бурильній колоні, що знаходиться в вертикальній прямолінійній ділянці свердловини. При розрахунках враховано потік промивальної рідини та вплив власної ваги. В якості моделі використано пружний стрижень.

Дослідниками [2, 3] також використано теоретичний підхід для симуляції вібрацій бурильної колони, що спричинені взаємодією долота із вибоєм вертикальної прямолінійної ділянки свердловини.

Авторами праці [4] проведено математичне моделювання коливань бурильної колони у вертикальному прямолінійному стовбурі свердловини з метою прогнозування її втомної довговічності, враховуючи підсумовування втомного пошкодження.

В статті [5] досліджено обертальні вібрації бурильної колони в прямолінійному вертикальному стовбурі свердловини. Використано її математичне моделювання. Задачу розв'язано в просторовій постановці.

В роботі [6] авторами проаналізовано, використовуючи теоретичний підхід, коливання бурильної колони у прямолінійному вертикальному стовбурі свердловини, враховуючи контакт бурильних труб із стінками стовбура.

У науковій статті [7] проведено математичні дослідження поздовжніх, крутильних та поперечних коливань низу бурильної колони в вертикальному прямолінійному стовбурі свердловини.

Науковцями [8] також використано теоретичні дослідження повдовжніх коливань бурильної колони в прямолінійному горизонтальному стовбурі свердловини. При розрахунках враховано її контактну взаємодію зі стінкою свердловини та силу інерції долота на вибій. Задачу розв'язано у плоскій постановці.

У праці [9] проведено математичне моделювання напружено-деформованого стану бурильної колони, враховуючи її контакт зі стінкою свердловини та вплив промивальної рідини. Розрахунки здійснено в динамічній постановці із застосуванням методу скінчених елементів, що реалізований у середовищі ADINA. В роботі [10] авторами також використано метод скінчених елементів і динамічні рівняння рівноваги бурильної колони для дослідження її згину та динамічної поведінки у криволінійному стовбурі свердловини в просторовій постановці, враховуючи нелінійний контакт зі стінками свердловини. В результаті симуляції зазначено, що пружна вісь бурильної колони може набувати спіралеподібної та синусоїдальної форм.

Авторами [11] здійснено математичне моделювання деформації бурильної колони з ви-

Таблиця 1 – Результати розрахунку напружень у бурильній колоні над жолобом / каверною

Осі, вздовж яких проводився розрахунок напружень	Нормальне напруження, МПа	
	Випадок 1 (осьова сила відсутня)	Випадок 2 (осьова сила стиску становить 350 кН)
Вздовж осі «Z» ГСК 2	1,4	-101,5
Вздовж осі «Z» ГСК 2	1,2	-102,0
Вздовж осі «Y» ГСК 2	5,4	-98,0
Вздовж осі «Y» ГСК 2	-3,01	-106,0

користанням положення механіки гнучких стрижнів. Розглянуто деформацію колони внаслідок втрати її стійкості у горизонтальному стовбурі свердловини. Задачу розв'язано у просторовій постановці.

У статті [12] проаналізовано статику та динаміку бурильної колони, яка складається як зі сталевих, так і з титанових бурильних труб. Задачу розв'язано в просторовій постановці з використанням тривимірних елементів Єйлера-Бернуллі із застосуванням теоретичного підходу.

У науковій роботі [13] досліджено вплив вібрацій бурильної колони на стабільність стінок стовбура вертикальної прямолінійної свердловини. Бурильну колону змодельовано методом скінчених елементів. До того ж, авторами використано пристрій для вимірювання вібрацій, який було інтегровано до натурної бурильної колони з метою вимірювання реальних вібрацій та порівнювання їх з отриманими шляхом аналітичних розрахунків.

Висвітлення невирішених раніше частин загальної проблеми

Як бачимо з наведеного вище матеріалу, дослідниками зазвичай вибирається один із шляхів моделювання роботи бурильної колони у свердловині: теоретичний або експериментальний. Однак одночасне використання обох підходів для одного і того ж експлуатаційного випадку дозволить порівняти їх результати й впевнитися в коректності отриманих даних.

Мета та завдання досліджень

Метою роботи є оцінка коректності математичного та фізичного моделювання напружено-деформованого стану ділянки бурильної колони у місці свердловини із жолобом / каверною. Для досягнення мети роботи необхідно:

1) створити тривимірну твердотільну модель ділянки бурильної колони з наступним визначенням методом скінчених елементів нормальних напружень на її поверхні;

2) спроектувати та виготовити лабораторний стенд та за його допомогою дослідити напружено-деформований стан моделі ділянки бурильної колони;

3) порівняти отримані результати.

Висвітлення основного матеріалу дослідження

Для вирішення першого завдання скористаємося тривимірною твердотільною моделлю ділянки бурильної колони умовним діаметром 127 мм, що розроблена в роботі [14]. Відтак проаналізуємо її напружено-деформований стан над жолобом / каверною протяжністю 8,6 м у свердловині з прямолінійною віссю, що має зенітний кут 24°. Такі вихідні дані відповідають показникам реально існуючої свердловини, на якій зафіксовано відмову бурильної колони. Розрахунок проведемо для двох випадків: 1) зовнішня осьова сила відсутня (втім, враховується осьова складова сили розтягу від власної ваги); 2) додатково діє осьова сила стиску, що становить 350 кН. Після проведення розрахунків отримано результати, відображені в таблиці 1.

З метою реалізації другого завдання, розроблено, виготовлено та, згодом, модернізовано експериментальний лабораторний стенд [15, 16]. За його допомогою можна досліджувати деформації та напруження моделей ділянок бурильних колон у свердловинах з довільною кривиною осі, наявністю, окрім іншого, жолобів чи каверн стінок свердловин під дією осьових сил розтягу та стиску, згинальних і крутних моментів.

Зазначимо, що дослідження проведено для випадку, коли над жолобом / каверною знаходиться гладка частина бурильної труби, оскільки такі умови з більшою відповідністю можна реалізувати в лабораторних умовах.

Дослідження проведено шляхом фізичного моделювання з використанням модернізованого лабораторного стенду, конструкція якого опи-

Таблиця 2 – Геометрично-вагові характеристики бурильної колони та відповідної їй моделі

Назва параметру	Значення параметру	
	натурний об'єкт (сталеві бурильна труба ТБПК 127)	модель (мідна трубка)
Зовнішній діаметр, м	0,127	0,015
Внутрішній діаметр, м	0,111	0,013
Модуль пружності першого роду, Нм ²	2,1 · 10 ¹¹	1,1 · 10 ¹¹
Момент інерції поперечного перерізу, м ⁴	0,53 · 10 ⁻⁵	0,11 · 10 ⁻⁸
Вага одиниці довжини, Н/м	230,3	3,9 [14,9]

Таблиця 3 – Результати вимірювання напруги на тензорезисторах

Номер тензорезистора	Напруга на тензорезисторах, В × 10 ⁻²				
	Вимір. №1	Вимір. №2	Вимір. №3	Вимір. №4	Сер. знач
1	-0,510	-0,513	-0,513	-0,512	-0,512
2	-0,514	-0,512	-0,512	-0,511	-0,512
3	-0,517	-0,514	-0,513	-0,519	-0,516
4	-0,507	-0,509	-0,504	-0,510	-0,508

сана в роботах [15, 16], та тих же вихідних даних, що і при вирішенні першого завдання.

Як модель бурильної колони використано мідну трубку, порожнина якої заповнена сумішшю залізної (88%) та свинцевої стружок (12%) [15] з метою забезпечення критеріальної подібності між моделлю та натурною бурильною трубою. Їх геометрично-вагові характеристики подані в таблиці 2 [15].

Для дослідження імітатори стінки свердловини були виставлені співвісно, адже стовбур свердловини – прямолінійний. Використовуючи критеріальну подібність [15], обчислено, що відстань між імітаторами, що моделюють місця початку та закінчення жолоба / каверни, становить 1,016 м. Сусідні з ними імітатори, що моделюють стовбур свердловини, розміщено на віддалі 0,508 м. На такій ж дистанції розміщено опорний та навантажувальний вузли по кінцях моделі бурильної колони. Шасі стенду було розміщено під кутом 24° до вертикалі. Додаткова осьова сила, згідно з 1-м випадком, не прикладалася.

Наступним кроком було зняття показників напруги з тензорезисторів, які знаходяться посередині над моделлю жолоба / каверни. Загалом було проведено 4-ри серії вимірювань, що відрізнялися кутом повороту моделі бурильної колони на 90°. Результати відображено в таблиці 3.

Отримані експериментальні дані (див. таблиця 3) перевірено на наявність похибок вимірювання за критерієм Діксона. При цьому, нами було обрано рівень значущості $\alpha=0,01$. Для якого знайдено критичне значення критерію Діксона $r^*=0,679$ [17]. Дані експерименту роз-

ташовано у порядку зростання, тобто у варіаційні ряди. На похибки, проаналізовано крайні (перші та останні) значення утворених варіаційних рядів. Далі було розраховано числові значення критеріїв перевірки r крайніх значень варіаційних рядів відповідно формул, наведених в роботі [16]. Вибірки перевірено програмою MS Excel (рисунки 1 – 2).

В результаті порівняння крайніх (перших та останніх) значень варіаційних рядів отриманих експериментальних вимірювань зроблено висновок про однорідність вибірок, а, отже, відсутність похибок вимірювань (див. рис. 2).

Відтак за методологією, що наведена в праці [16], розраховано величину нормальних напружень на поверхні моделі бурильної колони, використовуючи середні значення напруг. І, насамкінець, використовуючи критеріальну подібність [15], здійснено перерахунок напружень у величини, що відповідають натурній бурильній колоні. Результати обчислень зведено до таблиці 4.

Як бачимо, дані з таблиць 1 і 4 добре корелюють. Середнє відхилення величин напружень, обчислених аналітично та отриманих експериментально, становить близько 5%.

Далі, лабораторний експеримент було проведено повторно, причому модель бурильної колони додатково навантажили силою стиску, яка в реальних експлуатаційних умовах становила 350 кН. Використовуючи критеріальну подібність [15], визначено, що модель слід навантажувати силою 2675 Н. З врахуванням конструкції навантажувального вузла [16], вага тягарців повинна становити 322 Н. При цьому розміри навантажувального вузла становлять:

Результати експериментальних вимірювань				
	тензорезистор 1	тензорезистор 2	тензорезистор 3	тензорезистор 4
Повторні вимірювання	-0.51	-0.511	-0.513	-0.504
	-0.512	-0.512	-0.514	-0.507
	-0.513	-0.512	-0.517	-0.509
	-0.513	-0.514	-0.519	-0.51
Критерій Діксона для перевірки <u>першого</u> значення варіаційного ряду, r	$= (C4-C3)/(C6-C3)$	$= (D4-D3)/(D6-D3)$	$= (E4-E3)/(E6-E3)$	$= (F4-F3)/(F6-F3)$
Критичне значення критерію Діксона, r^*	0.926	0.926	0.926	0.926
Висновок:	$=IF(C8>C9; "промах"; "вибірка однорідна")$	$=IF(D8>D9; "промах"; "вибірка однорідна")$	$=IF(E8>E9; "промах"; "вибірка однорідна")$	$=IF(F8>F9; "промах"; "вибірка однорідна")$
Критерій Діксона для перевірки <u>останнього</u> значення варіаційного ряду, r	$= (C6-C5)/(C6-C3)$	$= (D6-D5)/(D6-D3)$	$= (E6-E5)/(E6-E3)$	$= (F6-F5)/(F6-F3)$
Критичне значення критерію Діксона, r^*	0.926	0.926	0.926	0.926
Висновок:	$=IF(C11>C12; "промах"; "вибірка однорідна")$	$=IF(D11>D12; "промах"; "вибірка однорідна")$	$=IF(E11>E12; "промах"; "вибірка однорідна")$	$=IF(F11>F12; "промах"; "вибірка однорідна")$

Рисунок 1 – Розрахункові формули статистичної перевірки вибірок на наявність похибок експериментальних вимірювань (без врахування дії осьової сили)

Результати експериментальних вимірювань				
	тензорезистор 1	тензорезистор 2	тензорезистор 3	тензорезистор 4
Повторні вимірювання	-0.510	-0.511	-0.513	-0.504
	-0.512	-0.512	-0.514	-0.507
	-0.513	-0.512	-0.517	-0.509
	-0.513	-0.514	-0.519	-0.510
Критерій Діксона для перевірки <u>першого</u> значення варіаційного ряду, r	0.666666667	0.333333333	0.166666667	0.5
Критичне значення критерію Діксона, r^*	0.926	0.926	0.926	0.926
Висновок:	вибірка однорідна	вибірка однорідна	вибірка однорідна	вибірка однорідна
Критерій Діксона для перевірки <u>останнього</u> значення варіаційного ряду, r	0	0.666666667	0.333333333	0.166666667
Критичне значення критерію Діксона, r^*	0.926	0.926	0.926	0.926
Висновок:	вибірка однорідна	вибірка однорідна	вибірка однорідна	вибірка однорідна

Рисунок 2 – Результати розрахунків для статистичної перевірки вибірок на наявність похибок експериментальних вимірювань (без врахування дії осьової сили)

$l_1 = 0,359$; $l_2 = 0,044$; $l_3 = 0,12$; $l_4 = 0,127$;
 $r_{\text{одн}} = 0,018$; $\alpha_p = 90^\circ$ [16].

Результати зчитування напруг із тензорезисторів у випадку, коли модель бурильної колони навантажена осьовою силою стиску, подано в таблиці 5.

Використовуючи критерій Діксона, за схемою, описаною вище, проведено статистичний аналіз на наявність похибок серед даних, отриманих в результаті вимірювання напруги на тензорезисторах моделі трубної колони під дією осьової сили (див. рис. 3 та 4).

Таблиця 4 – Результати розрахунку нормальних напружень на моделі та відповідній їй натурній бурильній колоні

Номер тензорезистора	Напруження на поверхні моделі бурильної колоні, МПа	Напруження на поверхні бурильної колоні, МПа
1	0,7	1,3
2	0,7	1,3
3	2,9	5,3
4	-1,7	-3,1

Таблиця 5 – Результати вимірювання напруги на тензорезисторах моделі трубної колоні під дією осової сили

Номер тензорезистора	Напряга на тензорезисторах, $V \times 10^{-2}$				Середнє значення
	Вимір. №1	Вимір. №2	Вимір. №3	Вимір. №4	
1	-0,418	-0,418	-0,414	-0,417	-0,417
2	-0,416	-0,417	-0,418	-0,415	-0,417
3	-0,418	-0,420	-0,420	-0,419	-0,419
4	-0,413	-0,412	-0,411	-0,415	-0,413

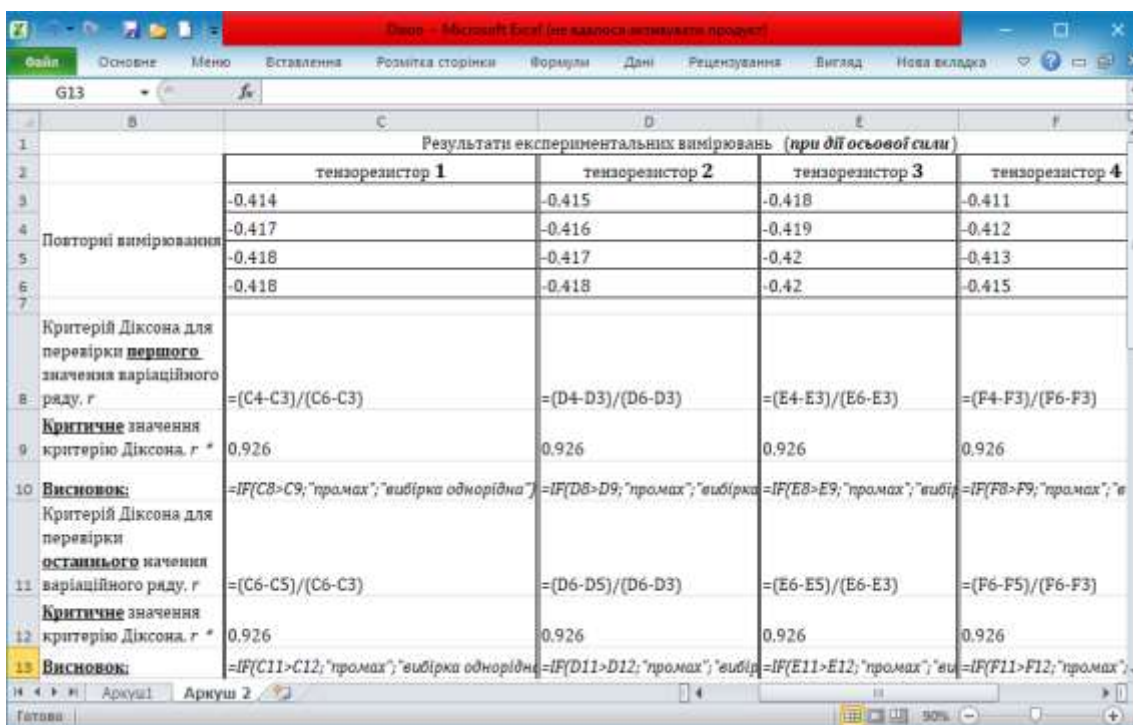


Рисунок 3 – Розрахункові формули статистичної перевірки вибірок на наявність похибок експериментальних вимірювань (із врахуванням дії осової сили)

В результаті порівняння крайніх (перших та останніх) значень варіаційних рядів отриманих експериментальних вимірювань напруги на тензорезисторах моделі трубної колоні під дією осової сили зроблено висновок, про однорідність вибірок, а, отже, відсутність похибок вимірювань (рис. 4).

На рисунку 5 відображено скріншот робочого вікна програми «АСР Tenzo» під час зчитування інформації з тензорезистора № 2 протягом вимірювання № 4.

Відтак, як і для попередніх вимірювань, було застосовано методологію, що наведена в праці [16], з метою розрахунку величин нормальних напружень, які діяли на поверхні мідної трубки-моделі. Далі ці величини згідно з критеріальною подібністю [15] перетворено в нормальні напруження, які б діяли на поверхні реальної бурильної колоні (див. табл. 6).

Як і для першої частини експерименту, було визначено у відсотках відхилення розрахункових (див. таблицю 1) та експериментальних

Результати експериментальних вимірювань (при дії осьової сили)				
	тензорезистор 1	тензорезистор 2	тензорезистор 3	тензорезистор 4
Повторні вимірювання	-0.414	-0.415	-0.418	-0.411
	-0.417	-0.416	-0.419	-0.412
	-0.418	-0.417	-0.420	-0.413
	-0.418	-0.418	-0.420	-0.415
Критерій Діксона для перевірки <u>першого</u> значення варіаційного ряду, r	0.75	0.33333333	0.5	0.25
Критичне значення критерію Діксона, r^*	0.926	0.926	0.926	0.926
Висновок: Критерій Діксона для перевірки <u>останнього</u> значення варіаційного ряду, r	вибірка однорідна	вибірка однорідна	вибірка однорідна	вибірка однорідна
	0	0.33333333	0	0.5
Критичне значення критерію Діксона, r^*	0.926	0.926	0.926	0.926
Висновок:	вибірка однорідна	вибірка однорідна	вибірка однорідна	вибірка однорідна

Рисунок 4 – Результати розрахунків для статистичної перевірки вибірок на наявність похибок експериментальних вимірювань (з врахуванням дії осьової сили)

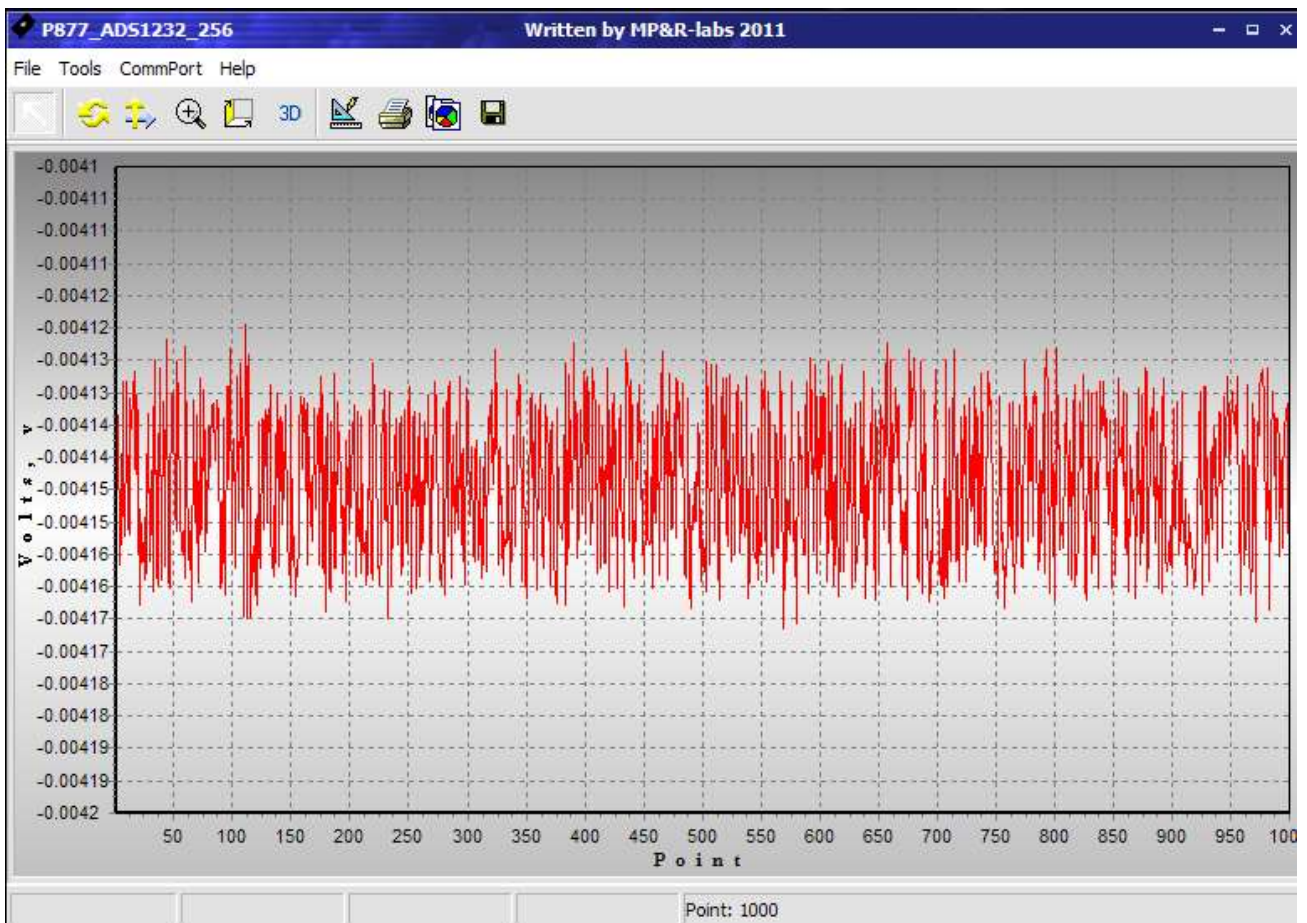


Рисунок 5 – Скріншот робочого вікна програми для зчитування даних із аналого-цифрового перетворювача для тензорезистора № 2 (вимірювання № 4)

Таблиця 6 – Результати розрахунку нормальних напружень на моделі та відповідній їй натурній бурильній колоні під дією осьової сили стиску

Номер тензорезистора	Напруження на поверхні моделі, бурильної колоні, МПа	Напруження на поверхні бурильної колоні, МПа
1	-57,7	-105,4
2	-57,7	-105,4
3	-56,5	-103,2
4	-60,2	-109,9

(див. таблицю 6) величин нормальних напружень, яке становить близько 4 %.

Як бачимо, різниця між розрахунковими та експериментальними даними становить не більше 5 %, що, безумовно, свідчить про коректність запропонованих методів як математичного, так і фізичного моделювання напружено-деформованого стану бурильних колон.

Висновки

Аналіз наукових напрацювань за вибраним напрямком досліджень свідчить, що одним із найбільш достовірних методів оцінки напружено-деформованого стану бурильних колон під час експлуатації є їх одночасне математичне та фізичне моделювання. Це дає можливість об'єднати переваги обох підходів і здійснити перевірку отриманих результатів.

Так, використовуючи теоретичні розрахунки разом із лабораторним експериментом, визначено нормальні напруження у поперечному перерізі бурильної колоні, що знаходиться у прямолінійному нахиленому стовбурі свердловини у місці жолоба / каверни. При цьому відмінність між результатами отриманими за допомогою математичного та фізичного моделювання не перевищує 5 %. Це, в свою чергу, може свідчити про їх коректність та можливість використання для практичних потреб.

В той же час, перспективним виглядає проведення аналогічних досліджень, але у динамічній постановці. Це дозволить зробити моделі бурильної колоні у свердловині більш відповідними реальним умовам експлуатації.

Література

1. Kudaibergenov Askar, Kudaibergenov Askat, Khajiyeva L. A. On Nonlinear Spatial Vibrations of Rotating Drill Strings under the Effect of a Fluid Flow. *Wseas transactions on applied and theoretical mechanics*. 2023. Vol. 18. P. 75 – 83. DOI: [10.37394/232011.2023.18.8](https://doi.org/10.37394/232011.2023.18.8)

2. Wang C., Chen W., Wu Z., Li J., Liu G. Stick–Slip Characteristics of Drill Strings and the Related Drilling Parameters Optimization. *Processes*. 2023. No. 11. P. 1 – 17. DOI: <https://doi.org/10.3390/pr11092783>

3. Yan B., Tian J., Meng X., Zhang Z. Stick–Slip Vibration Characteristics Study of the Drill String Based on PID Controller. *Energies*. 2023. No. 16. P. 1 – 15. DOI: <https://doi.org/10.3390/en16237902>

4. Jiahao Zheng, Hongyuan Qiu, Jianming Yang, Stephen Butt. Fatigue Life Prediction of Drill-String Subjected to Random Loadings. *Proceedings of the ASME 2014 International Mechanical Engineering Congress and Exposition: Montreal, November 14-20. 2014. Montreal, 2014. P. 1 – 11.*

5. Chong Wang, Xufeng Li, Yafeng Li, Wenhao Xu, Wuyi Liao. Analysis of the Effect of Whirl on Drillstring Fatigue. *Shock and Vibration*. 2021. P. 1 – 12. DOI: <https://doi.org/10.1155/2021/6666767>

6. Fangfei Huang, Jin Yang, Bin Li, Lunke Gan, Qizeng Feng. Study on dynamic characteristics of drill string in deep-water riserless drilling. *Advances in Mechanical Engineering*. 2023. Vol. 1 (15). P. 1 – 16. DOI: <https://doi.org/10.1177/16878132221142113>

7. Svitlytskyi V., Iagodovskyi S., Bilenko N. Effect of vibration dampers on the dynamic state of a drill string. *Technology Audit and Production Reserves*. 2023. 5 (1 (73)). P. 32 – 36. DOI: <https://doi.org/10.15587/2706-5448.2023.290145>

8. Khajiyeva L.A., Sabirova Yu.F., Sabirova R.F. Modelling of horizontal drill string motion by the lumped-parameter method. *JMMCS*. 2022. No 3 (115). P. 132 – 142. DOI: <https://doi.org/10.26577/JMMCS.2022.v115.i3.012>

9. Huang Zhihong, Wang Hanxiang, Lv Xiaoxiao, Liu Yanxin. Characteristic Analysis of Collision Between Drill String and Well Wall. *Journal of Physics: Conference Series*. 2021. Vol. 1757. P. 1 – 8. DOI: [10.1088/1742-6596/1757/1/012016](https://doi.org/10.1088/1742-6596/1757/1/012016)

10. Zebing Wu, Wenxi Zhang, Ruofei Yuan, Jiale Liu. Buckling and dynamic analysis of drill string system in horizontal wells. *Nonlinear Dynamics*. 2024. 29 Jan. P. 1 – 23. DOI: <https://doi.org/10.21203/rs.3.rs-3100379/v1>

11. Гайдайчук В.В., Левківська Л.В., Лазарева М.В. Прогнозування закритичної поведінки бурильних колон у горизонтальних свердловинах. *Опір матеріалів і теорія споруд*. 2023. № 110. С. 118 – 130. DOI: [10.32347/2410-2547.2023.110.118-130](https://doi.org/10.32347/2410-2547.2023.110.118-130)

12. Qiang Liu, Bo Zhou, Feng Chen, Ning Li, Junfeng Xie, Mifeng Zhao, Qinfeng Di, Chun Feng, Shengyin Song, Chengxian Yin. Optimal design and nonlinear dynamic characteristics of titanium /steel drill pipe composite drill string for ultra deep drilling. *Scientific Reports*. 2023. No 13, 20491. P. 1 – 17. DOI: <https://doi.org/10.1038/s41598-023-47156-y>

13. Shan Y., Xue Q., Wang J., Li Y., Wang C. Analysis of the Influence of Downhole Drill String Vibration on Wellbore Stability. *Machines*. 2023. No 11. P. 1 – 24. DOI: <https://doi.org/10.3390/machines11070762>

14. Raçkeviç R.V., Çudık İ.İ., Raçkeviç İ.A., Al-Tanakçı Ahmed. Kaverna ilə quyu intervalında qazma kəmərinin sahəsinin gərginlik-deformasiya vəziyyətinin təhlili. *SOCAR Proceedings Special Issue*. 2022. No. 2. P. 001 – 008.

15. Rachkevych R., Ivasiv V., Bui V., Yurych L., Rachkevych I. Laboratory research of the stress-strain state of the drill string in the local bend of the well. *Technology audit and production reserves*. 2019. No 1/1 (45). P. 15 – 24.

16. Рачкевич Р.В., Чудик І.І., Харун В.Р., Рачкевич І.О. Модернізація лабораторного стенду для дослідження напружено-деформованого стану моделі ділянки бурильної колони. *Нафтогазова енергетика*. 2023. № 1 (39). С. 42 – 49. DOI: [https://doi.org/10.31471/1993-9868-2023-1\(39\)-42-49](https://doi.org/10.31471/1993-9868-2023-1(39)-42-49)

17. Свердан П.Л. Вища математика. Математичний аналіз і теорія ймовірностей: Підручник. Київ, 2008. 450 с.

References

1. Kudaibergenov Askar, Kudaibergenov Askat, Khajiyeva L. A. On Nonlinear Spatial Vibrations of Rotating Drill Strings under the Effect of a Fluid Flow. *Wseas transactions on applied and theoretical mechanics*. 2023. Vol. 18. P. 75 – 83. DOI: [10.37394/232011.2023.18.8](https://doi.org/10.37394/232011.2023.18.8)

2. Wang C., Chen W., Wu Z., Li J., Liu G. Stick-Slip Characteristics of Drill Strings and the Related Drilling Parameters Optimization. *Processes*. 2023. No. 11. P. 1 – 17. DOI: <https://doi.org/10.3390/pr11092783>

3. Yan B., Tian J., Meng X., Zhang Z. Stick-Slip Vibration Characteristics Study of the Drill String Based on PID Controller. *Energies*. 2023.

No. 16. P. 1 – 15. DOI: <https://doi.org/10.3390/en16237902>

4. Jiahao Zheng, Hongyuan Qiu, Jianming Yang, Stephen Butt. Fatigue Life Prediction of Drill-String Subjected to Random Loadings. *Proceedings of the ASME 2014 International Mechanical Engineering Congress and Exposition: Montreal, November 14-20. 2014. Montreal, 2014. P. 1 – 11.*

5. Chong Wang, Xufeng Li, Yafeng Li, Wenhao Xu, Wuyi Liao. Analysis of the Effect of Whirl on Drillstring Fatigue. *Shock and Vibration*. 2021. P. 1 – 12. DOI: <https://doi.org/10.1155/2021/6666767>

6. Fangfei Huang, Jin Yang, Bin Li, Lunke Gan, Qizeng Feng. Study on dynamic characteristics of drill string in deep-water riserless drilling. *Advances in Mechanical Engineering*. 2023. Vol. 1 (15). P. 1 – 16. DOI: <https://doi.org/10.1177/16878132221142113>

7. Svitlytskyi V., Iagodovskyi S., Bilenko N. Effect of vibration dampers on the dynamic state of a drill string. *Technology Audit and Production Reserves*. 2023. 5 (1 (73)). P. 32 – 36. DOI: <https://doi.org/10.15587/2706-5448.2023.290145>

8. Khajiyeva L.A., Sabirova Yu.F., Sabirova R.F. Modelling of horizontal drill string motion by the lumped-parameter method. *JMMCS*. 2022. No 3 (115). P. 132 – 142. DOI: <https://doi.org/10.26577/JMMCS.2022.v115.i3.012>

9. Huang Zhihong, Wang Hanxiang, Lv Xiaoxiao, Liu Yanxin. Characteristic Analysis of Collision Between Drill String and Well Wall. *Journal of Physics: Conference Series*. 2021. Vol. 1757. P. 1 – 8. DOI: [10.1088/1742-6596/1757/1/012016](https://doi.org/10.1088/1742-6596/1757/1/012016)

10. Zebing Wu, Wenxi Zhang, Ruofei Yuan, Jiale Liu. Buckling and dynamic analysis of drill string system in horizontal wells. *Nonlinear Dynamics*. 2024. 29 Jan. P. 1 – 23. DOI: <https://doi.org/10.21203/rs.3.rs-3100379/v1>

11. Haidaichuk V.V., Levkivska L.V., Lazareva M.V. Prohnozuvannia zakrytychnoi povedinky burylnykh kolon u horyzontalnykh sverdlovynakh. *Strength of Materials and Theory of Structures*. 2023. No 110. P. 118 – 130. DOI: [10.32347/2410-2547.2023.110.118-130](https://doi.org/10.32347/2410-2547.2023.110.118-130)

12. Qiang Liu, Bo Zhou, Feng Chen, Ning Li, Junfeng Xie, Mifeng Zhao, Qinfeng Di, Chun Feng, Shengyin Song, Chengxian Yin. Optimal design and nonlinear dynamic characteristics of titanium /steel drill pipe composite drill string for ultra deep drilling. *Scientific Reports*. 2023. No 13, 20491. P. 1 – 17. DOI: <https://doi.org/10.1038/s41598-023-47156-y>

13. Shan Y., Xue Q., Wang J., Li Y., Wang C. Analysis of the Influence of Downhole Drill String Vibration on Wellbore Stability. *Machines*. 2023. No 11. P. 1 – 24. DOI: <https://doi.org/10.3390/machines11070762>

14. Raçkeviç R.V., Çudık İ.İ., Raçkeviç İ.A., Al-Tanakçı Ahmed. Kaverna ilə quyuyu intervalında qazma kəmərinin sahəsinin gərginlik-deformasiya vəziyyətinin təhlili. *SOCAR Proceedings Special Issue*. 2022. No. 2. P. 001 – 008.

15. Rachkevych R., Ivasiv V., Bui V., Yurych L., Rachkevych I. Laboratory research of the stress-strain state of the drill string in the local bend of the well. *Technology audit and production reserves*. 2019. No 1/1 (45). P. 15 – 24.

16. Rachkevych R.V., Chudyk I.I., Kharun V.R., Rachkevych I.O. Modernizatsiia labor-?tornoho stendu dlia doslidzhennia napruzhenodeformovanoho stanu modeli dilianky burylnoi kolony. *Naftohazova enerhetyka*. 2023. No 1 (39). P. 42 – 49. DOI: [https://doi.org/10.31471/1993-9868-2023-1\(39\)-42-49](https://doi.org/10.31471/1993-9868-2023-1(39)-42-49)

17. Sverdan P.L. Vyshcha matematyka. Matematychnyi analiz i teoriia ymovirnostei: Pidruchnyk. Kyiv, 2008. 450 p.