№ 2(46) 2026

НАФТОГАЗОВА ЕНЕРГЕТИКА

ISSN 1993-9868 print
ISSN 2415-3109 online

https://nge.nung.edu.ua

Прийнято 01.10.2026. Прорецензовано 14.10.2026. Опубліковано 30.11.2026.

УДК 622.24.08 **DOI: 10.31471/1993-9868-2026-2(46)-50-69**

ПОРІВНЯЛЬНЕ ОЦІНЮВАННЯ ІНТЕГРАЛЬНОГО ОПОРУ РУХОВІ БУРИЛЬНОЇ КОЛОНИ НА КРИВОЛІНІЙНІЙ ДІЛЯНЦІ СВЕРДЛОВИНИ

Слабий О. О.
Кандидат технічних наук, доцент
Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу)
76019, вул. Карпатська, 15, м. Івано-Франківськ, Україна
https://orcid.org/0000-0002-1274-2875
e-mail: burewisnyk@gmail.com

Анотація. Проведено порівняльне оцінювання інтегральної сили тертя бурильної колони під час повільного переміщення вниз без обертання на плоскій криволінійній ділянці свердловини з двома прямолінійними продовженнями. Зіставлено три механічні моделі: вагову модель, у якій нормальну реакцію визначають за поперечною складовою ефективної ваги; модель без згинальної жорсткості, яка додатково враховує зміну напряму осьової сили; модель із згинальною жорсткістю, що визначає деформовану вісь та області контакту. Тертя описано законом Амонтона–Кулона. Розрахункова серія охоплює ділянки набору зенітного кута від 30° до 75° та від 45° до 60° за інтенсивностей 5, 10 і 15° на 30 м, колони зі звичайних і товстостінних бурильних труб та три варіанти контактної геометрії: без замків і з двома положеннями їхнього періодичного ряду. Загальна довжина ділянки становить 500 м; довжини прямолінійних продовжень однакові. Замки змінюють лише контактний діаметр; для кожного типу труб їхню кількість, усереднену вагу та згинальну жорсткість збережено незмінними. На верхньому кінці задано стискальне зусилля 5 кН; коефіцієнт тертя становить 0,35, густина промивального розчину – 1200 кг/м³. Виконано 108 основних розрахунків та відповідні повтори з чисельним уточненням. Вагова модель занижувала інтегральну силу тертя на 7,05–25,43% відносно моделі без згинальної жорсткості. Для колон без замків інтегральні сили тертя за моделями без згинальної жорсткості та із згинальною жорсткістю практично рівні; для колон із замками відхилення становило від −0,83 до +1,64% щодо моделі без згинальної жорсткості. Аналіз відновлених контактних полів для характерної конфігурації показав, що близькість інтегральних сил для колони без замків супроводжується відривом від стінки поблизу меж ділянки набору зенітного кута та компенсацією різниць тертя на окремих частинах ділянки. За наявності замків знак сумарного відхилення визначається співвідношенням внесків прямолінійних і криволінійної ділянок; зміщення ряду змінює також поперечну граничну умову на верхньому кінці. Модель без згинальної жорсткості може бути прийнятною для інтегрального розрахунку, якщо отримані відхилення відповідають його допуску. Модель із згинальною жорсткістю потрібна для аналізу деформування й місцевого контакту. Висновки обмежено дослідженими умовами стиску; стійкість конфігурацій, єдиність гілки рівноваги та незалежність від протяжності розрахункової області не перевірено.

Ключові слова: вагова модель; модель без згинальної жорсткості; модель із згинальною жорсткістю; контактні реакції; замкові з’єднання; осьовий стиск.

Запропоноване посилання: Слабий, О. О. (2026). Порівняльне оцінювання інтегрального опору рухові бурильної колони на криволінійній ділянці свердловини. Нафтогазова енергетика, 2(46), 50-69. doi: 10.31471/1993-9868-2026-2(46)-50-69.

* Відповідальний автор

Copyright © The Author(s). This is an open access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License 4.0 (https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

Вступ

Під час буріння похило-скерованих і горизонтальних свердловин взаємодія бурильної колони зі стінками стовбура визначає втрати осьового зусилля на тертя та впливає на передавання навантаження до долота. На криволінійних ділянках нормальна реакція залежить від геометрії свердловини, силового стану й деформування колони. Тому для оцінювання опору її рухові потрібно встановити, які з цих чинників необхідно враховувати в механічній моделі. Така оцінка має значення також для подальшого моделювання поздовжніх коливань і роботи пристроїв, призначених для зменшення опору рухові.

Для багаторазових інженерних розрахунків застосовують моделі без згинальної жорсткості, у яких нормальне навантаження визначають без окремого розв'язання задачі згину. Детальніші стрижневі моделі дають змогу врахувати згинальну жорсткість, зазор і зміну областей контакту. Проте відмінності локальних реакцій самі по собі не визначають ані величини, ані знака зміни їхнього інтегрального внеску в тертя. З огляду на це достатність спрощення потрібно оцінювати за показником, який використовується в подальшому розрахунку. У цій роботі таким показником є інтегральна сила тертя на всій досліджуваній ділянці колони. Надалі під інтегральним опором рухові в межах прийнятої постановки розуміють саме цю силу контактного тертя; інших складових опору не розраховують.

Для цього зіставлено три механічні моделі бурильної колони на плоскій ділянці набору зенітного кута сталої кривизни з прямолінійними продовженнями: вагову модель, модель без згинальної жорсткості та модель із згинальною жорсткістю. Для кожного типу труб прийнято однакові загальну довжину, усереднену вагу й умови навантаження; у варіантах із замками збережено їхню кількість. Порівняння має встановити, як деталізація визначення нормальної реакції впливає на інтегральну силу тертя. Розподіли реакцій і внески окремих частин ділянки використовуються для пояснення виявлених відмінностей. Рівняння зберігають знак осьової сили, однак наведена чисельна серія охоплює лише стиск і переміщення колони вниз без обертання.

Аналіз сучасних закордонних і вітчизняних досліджень та публікацій

Спрощення контактного розрахунку дає змогу визначати опір рухові за прийнятних обчислювальних витрат [1–3]. У моделі без згинальної жорсткості нормальну реакцію визначають за вагою труб з урахуванням плавучості та зміною напряму осьової сили вздовж траєкторії, без окремого розв'язання задачі згину й пошуку областей контакту [4, 5]. Така модель не відтворює відходу колони від стінки за наявності зазору. Її застосовність залежить від геометрії та силового стану; зокрема, навіть допустимість нехтування вагою криволінійної частини за значного натягу потребує обґрунтування для конкретної колони [6].

Урахування згинальної жорсткості також не забезпечує однакового опису контакту в різних моделях. У просторовій постановці вісь колони може вважатися суміщеною з траєкторією свердловини, а контакт – неперервним [7, 8]. В аналітичному підході з повним прилеганням згинальний внесок подано еквівалентною зосередженою силою [9]. За таких припущень контактні області не визначаються незалежно від траєкторії за наявності зазору. У плоскій багатопрогоновій моделі реакції обчислюють для заданих або уточнюваних опор за сталого осьового стиску [10]. Модель Ейлера–Бернуллі зі значними переміщеннями визначає контактні точки та узгоджує кути й моменти на межах секцій [11]. Вона відтворює перебудову контактів, але не враховує відхилень, спричинених замковими з'єднаннями. Тому застосовність кожного варіанта визначається відповідністю його припущень про прилягання конфігурації досліджуваної колони.

Вплив контактних припущень виявляється й за зміни геометрії стовбура: у моделі з пошуком контактних точок зміна діаметра свердловини по-різному впливає на осьове навантаження на поверхні для гладкої та додатково викривленої траєкторій [11]. Зміна навантаження на долото також впливає на переданий крутний момент [6]. Тому порівнювати механічні моделі необхідно за узгоджених геометричних і силових умов, а поверхневі силові показники не слід безпосередньо ототожнювати з місцевими контактними реакціями.

Подальша деталізація стрижневих моделей розширює перелік урахованих силових і деформаційних чинників. Просторовий статичний розрахунок нижньої частини колони поєднує згин, осьове навантаження, крутний момент і пружну реакцію стінки та визначає бічну силу й кут нахилу долота [12]. У порівнянні елементів Тимошенка із системою жорстких сегментів використано точковий пружно-в'язкий контакт без тертя [13]. Геометрично точні балки допускають деформування обох контактних тіл [14], а стрижень Коссера –

осьові, зсувні, згинальні й крутильні деформації та інерційні ефекти [15]. Просторова скінченноелементна постановка використовує контакт із пружною реакцією та в'язким опором без різьбових з'єднань у загальній схемі [16]. Такі підходи розширюють контактний опис і збільшують обсяг розрахунку, проте сам ступінь деталізації ще не визначає результату оцінювання інтегрального опору.

Для кількісного зіставлення потрібно узгодити фізичний зміст контактних величин. Багатопрогонова модель розрізняє реакції опор і розподілене навантаження [10], модель із невідомими контактними точками формує погонний розподіл через віднесення модуля реакції до довжини елемента [11], а просторові моделі можуть визначати вузлові сили [12]. Спільною основою для обчислення тертя є підсумовування модулів контактних реакцій на однаковій ділянці, без їхнього взаємного погашення за контакту з протилежними стінками. Водночас передавання сил і моментів між елементами динамічної моделі саме по собі не доводить еквівалентності неоднорідного контакту сталому погонному навантаженню [13]. Отже, збіг інтегральної сили тертя та відтворення місцевих реакцій є окремими вимогами до моделі.

Межі розрахункової області також мають механічне значення: межі ділянки набору зенітного кута не є закріпленнями колони. Перевірка бічної сили на долоті [12] або уточнення опор за допустимим прогином [10] не встановлюють незалежності місцевих реакцій від довжини прилеглих частин. Тому порівняння моделей повинно враховувати прямолінійні продовження та спосіб задання переміщень, поворотів і силових чинників на їхніх кінцях.

Чисельна перевірка також повинна відповідати показнику, який порівнюється. У наявних підходах окремо оцінюють похибки дискретизації моделі без згинальної жорсткості [4], точність осьової сили при зміні інтервалу траєкторних вимірювань [9] і допустимість нехтування вагою криволінійної частини [6]. Зіставлення моделі зосереджених параметрів зі скінченноелементною за вимкненого контакту перевіряє деформаційний розв'язок, але не контактні умови [17]. Для поставленої задачі потрібна перевірка інтегральної сили тертя та її чутливості до характеристик і положення замків, вплив яких не повністю охоплюють наведені моделі [11, 16].

Використання статичних контактних розрахунків у моделях коливань потребує окремого обґрунтування. У гібридному підході нормальні сили, визначені без осьового осцилятора, фіксують в одновимірній моделі коливань із залежним від швидкості тертям, а усереднений у часі коефіцієнт тертя повертають до статичного розрахунку [18]. Таке часове усереднення не замінює просторової перевірки контактних реакцій. Відмінності стаціонарних і перехідних характеристик моделі Коссера [15], урахування інерції в динамічній моделі без згинальної жорсткості [19] та різні гакові навантаження за сталого й коливального режимів [20] також обмежують перенесення статичних висновків на динаміку. Зіставлення просторової сегментної моделі зі скінченноелементною та промисловими даними [21] не відокремлює впливу контактної постановки на інтегральну силу тертя вибраної ділянки.

Висвітлення невирішених раніше частин загальної проблеми

Потребує кількісного з'ясування, як урахування зміни напряму осьової сили, згину та областей контакту впливає на інтегральну силу тертя бурильної колони за однакових геометрії й навантаження. Необхідно встановити розбіжності між ваговою моделлю, моделлю без згинальної жорсткості та моделлю із згинальною жорсткістю, а також визначити, чи змінюють їх наявність і положення замків. Для цього потрібні спільний інтервал підсумовування реакцій, узгоджені граничні умови та перевірка чисельної чутливості інтегрального показника. У цій роботі таке зіставлення виконано для заданої серії стиску; локальні контактні поля використано для пояснення відмінностей інтегральних результатів.

Мета та завдання досліджень

Метою дослідження є визначення впливу ступеня деталізації механічної моделі на інтегральну силу тертя бурильної колони на криволінійній ділянці свердловини з прямолінійними продовженнями за стискального навантаження та квазістаціонарного переміщення колони вниз.

Для досягнення мети поставлено такі завдання:

1. Сформувати розрахункові постановки вагової моделі, моделі без згинальної жорсткості та моделі із згинальною жорсткістю для визначення інтегральної сили тертя бурильної колони на досліджуваній ділянці.

2. Провести серію чисельних експериментів за різних інтенсивностей набору зенітного кута, для двох типів бурильних труб та варіантів розташування замкових з'єднань.

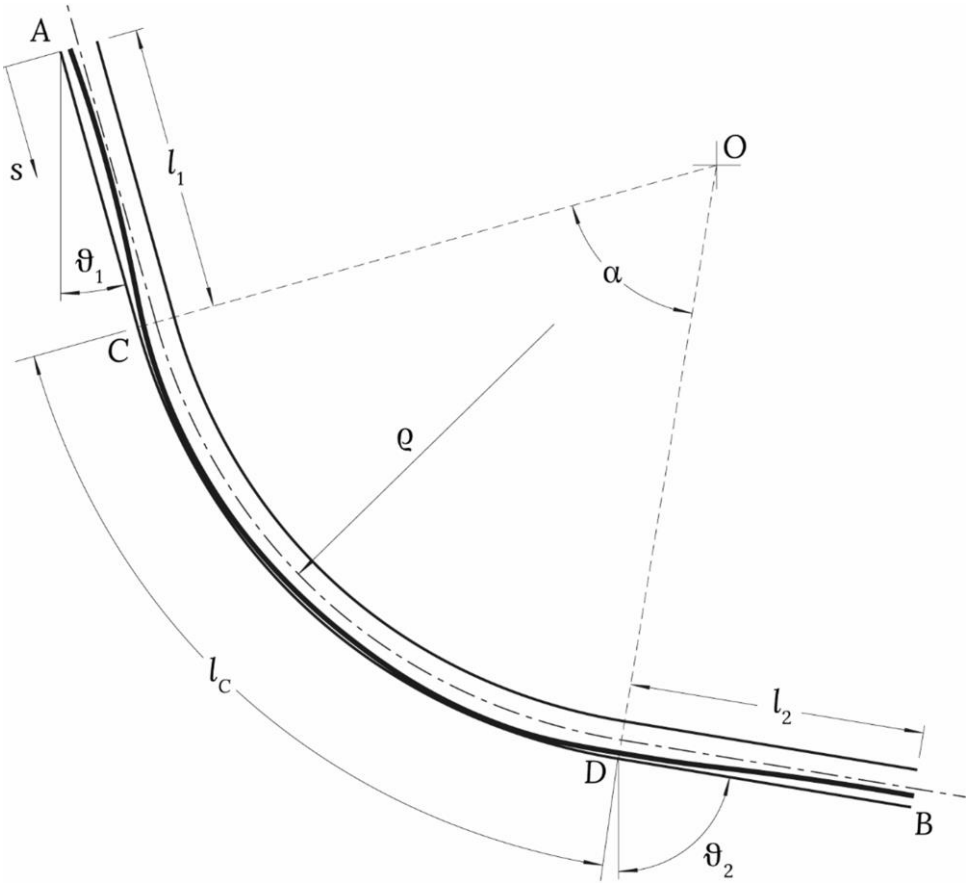


Рисунок 1 – Розрахункова схема ділянки набору зенітного кута C–D з прямолінійними продовженнями A–C і D–B

3. Порівняти інтегральні сили тертя та локальні контактні реакції, пояснити виявлені відмінності й оцінити доцільність застосування моделей для інтегрального розрахунку.

Висвітлення основного матеріалу дослідження

Об'єкт дослідження та розрахункова схема

Об'єктом дослідження є ділянка свердловини A–B з розміщеною в ній бурильною колоною (рисунок 1). Прямолінійна ділянка A–C сполучається з ділянкою набору зенітного кута C–D, вісь якої в розрахунковій схемі задано дугою кола; далі розташована прямолінійна ділянка D–B. Точки C і D позначають межі зміни кривизни, а точка O – центр цього кола. Як прийнято під час проєктування траєкторії свердловини, криволінійну ділянку задають інтенсивністю набору зенітного кута на 30 м і зенітними кутами прилеглих прямих. Із цих величин визначають радіус кривизни, кривизну осі та довжину ділянки C–D. Загальна довжина A–B становить 500 м для всіх розрахункових варіантів. Верхнє й нижнє прямолінійні продовження мають однакову довжину, яку визначають після обчислення довжини ділянки C–D. Отже, зміна інтенсивності набору кута перебудовує геометрію досліджуваної ділянки за сталої загальної довжини досліджуваної колони.

За інтенсивності набору зенітного кута β_{30}, вираженої у градусах на 30 м стовбура, радіус кривизни та величину кривизни визначають за формулами:

$$\rho = \frac{180}{\pi}\frac{30}{\beta_{30}}, \qquad \kappa = \frac{1}{\rho} = \frac{\pi}{180}\frac{\beta_{30}}{30}.$$

Тут ρ – радіус кривизни осі свердловини в метрах, κ – модуль її кривизни в обернених метрах, а β_{30} – заданий приріст зенітного кута в градусах на 30 м стовбура.

За відомих радіуса кривизни та зенітних кутів прилеглих прямих центральний кут і довжину дуги кола визначають за співвідношеннями (кути подають у радіанах):

$$\alpha = \vartheta_2 - \vartheta_1, \qquad l_c = \rho\alpha = \rho(\vartheta_2 - \vartheta_1).$$

Тут α – центральний кут дуги кола, l_c – довжина ділянки C–D, а ϑ_1 і ϑ_2 – зенітні кути верхньої та нижньої прямих відповідно.

Після додавання двох прямолінійних продовжень межі розрахункової області становлять:

$$a = 0, \qquad b = l_1 + l_c + l_2.$$

Тут a і b – координати верхнього та нижнього кінців досліджуваної ділянки, l_1 і l_2 – довжини верхнього та нижнього прямолінійних продовжень відповідно; l_c – довжина ділянки набору зенітного кута C–D, визначена попередньою формулою. Для сталої загальної довжини та рівних продовжень їхні розміри визначають за співвідношеннями:

$$L = b - a, \qquad l_1 = l_2 = \frac{L - l_c}{2},$$

де L – загальна довжина досліджуваної ділянки A–B, яку в усіх варіантах прийнято рівною 500 м. Довжини в цьому співвідношенні вимірюють у метрах; довжина ділянки C–D має бути меншою за загальну довжину області.

Зенітний кут вимірюється між дотичною, спрямованою вниз уздовж стовбура, та вертикаллю вниз. Координата s відлічується від точки A та зростає вниз уздовж траєкторії свердловини. На ділянці набору зенітного кута C–D закон зміни зенітного кута за довжиною має вигляд:

$$\vartheta(s) = \vartheta_1 + \frac{s - l_1}{\rho}, \qquad l_1 \le s \le l_1 + l_c.$$

Ліва частина формули задає зенітний кут у перерізі з координатою s; ця залежність діє між точками C і D.

У точках C і D напрям дотичної змінюється неперервно, а кривизна має стрибок. Прямолінійні продовження включено до задачі рівноваги для врахування деформування й контакту поблизу цих сполучень та віддалення від них торцевих граничних умов. Інтегральну силу тертя визначають на всій ділянці A–B завдовжки 500 м. Внески прямолінійних ділянок охоплюють як їхнє власне контактне навантаження, так і його перерозподіл поблизу сполучень із ділянкою набору зенітного кута; тому повне тертя на прямолінійних ділянках не є окремою мірою крайового ефекту.

Для порівняння розглянуто два розрахункові варіанти контактної геометрії бурильної колони: умовно гладкий (без замків) та із замковими з'єднаннями. В обох випадках її подано стрижнем із розподіленими за довжиною параметрами. Замки розташовані з певним кроком і мають більший зовнішній діаметр, ніж тіло труби. У прийнятому наближенні вони змінюють лише контактний діаметр, не впливаючи на вагу, згинальну жорсткість та інші характеристики стрижня. За такого подання зіставлення розрахункових варіантів із замками та без них характеризує вплив контактної геометрії за однакових решти параметрів колони.

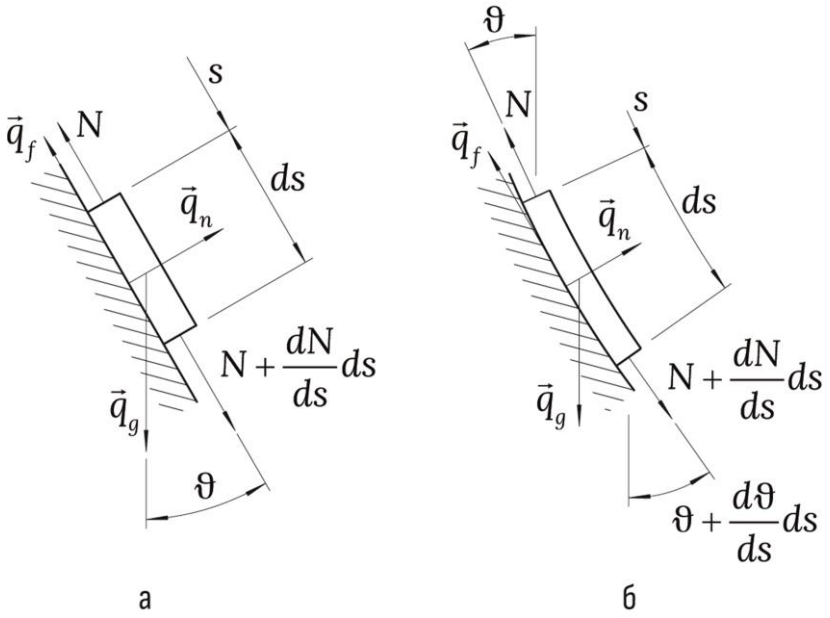
Умовою для визначення напряму тертя є повільне мале переміщення колони вниз уздовж свердловини без обертання. Рівновагу розглядають квазістаціонарно, нехтуючи інерцією та не задаючи числової швидкості. За законом Амонтона–Кулона сили тертя ковзання спрямовані проти такого руху, тобто вгору вздовж стовбура. Якщо положення замків або області контакту змінюються, рівновагу необхідно визначити повторно. У наведеній чисельній серії зіставлено окремі положення періодичного ряду замків; безперервний процес переходу між ними не розраховувався.

Для оцінювання інтегральної сили тертя за узгоджених геометричних і силових умов розглядаємо три механічні моделі бурильної колони. У першій нормальну реакцію стінки визначають лише за поперечною складовою ефективної погонної ваги, нехтуючи згинальною жорсткістю та зміною напряму осьової сили. У другій, за того самого припущення щодо згинальної жорсткості, у поперечному балансі додатково враховують зміну напряму осьової сили вздовж викривленої осі свердловини. У третій колону подано пружним стрижнем зі скінченною згинальною жорсткістю; її деформовану вісь, осьову силу та нормальні реакції визначають узгоджено з урахуванням радіального зазору, одностороннього пружного контакту та збільшеного контактного діаметра замків за їх наявності. Надалі ці постановки називатимемо відповідно ваговою моделлю (M1), моделлю без згинальної жорсткості (M2) та моделлю із згинальною жорсткістю (M3).

Вагова модель

У ваговій моделі нормальна реакція визначається лише поперечною складовою ефективної ваги колони. Згинальну жорсткість і зміну напряму осьової сили не враховують. На криволінійній ділянці кожний малий елемент розглядають як похилий прямолінійний відрізок із місцевим зенітним кутом, який визначає проєкції ваги. Цю постановку використано як початковий рівень спрощення. Схему сил на елементарній ділянці бурильної колони для вагової моделі наведено на рисунку 2, а.

За відсутності згинальної жорсткості та додатної ефективної ваги колону на похилих інтервалах вважають притиснутою до нижньої стінки. Баланс сил її елемента в напрямі стов-



а – вагова модель; б – модель без згинальної жорсткості

Рисунок 2 – Схеми сил на елементарних ділянках бурильної колони

бура (рис. 2, а) дає диференціальне рівняння зміни осьової сили:

$$\frac{dN}{ds}(s) = -q_g(s)\cos\vartheta(s) + q_f(s),\ \ N(a) = N_a,$$

де $N(s)$ – внутрішня осьова сила, додатна при розтягу й від'ємна при стиску; N_a – задане осьове навантаження на верхньому кінці досліджуваної ділянки (точка А); $q_g(s)$ – ефективна погонна вага з урахуванням плавучості, а $q_f(s)$ – модуль погонної сили тертя, спрямованої проти переміщення колони вниз.

У всіх трьох моделях силу тертя прикладають уздовж осі свердловини. Її поперечну проєкцію, зумовлену відносним нахилом осі колони, та контактні моменти не враховують. Це спільне спрощення застосовують за малих відносних поперечних відхилень і нахилів, щоб зіставляти моделі за однаковим описом напряму тертя.

Проєкції ефективної погонної ваги на дотичну до осі свердловини та на нормаль у площині викривлення дорівнюють $q_g\cos\vartheta$ і $q_g\sin\vartheta$ відповідно; позаплощинна складова дорівнює нулю.

Нормальна реакція нижньої стінки врівноважує лише поперечну складову ваги. Для похилих інтервалів її визначають за співвідношенням:

$$q_n(s) = q_g(s)\sin\vartheta(s) \geq 0,$$

де $q_n(s)$ – модуль погонної нормальної реакції стінки, Н/м. На вертикальному інтервалі поперечна складова ваги й відповідна реакція в цьому наближенні дорівнюють нулю.

За законом Амонтона–Кулона модуль погонної сили тертя визначають через нормальну реакцію:

$$q_f(s) = \mu q_n(s) \geq 0,$$

де μ – сталий коефіцієнт тертя ковзання, однаковий для всіх моделей. Погонна сила тертя спрямована вгору, протилежно прийнятому переміщенню колони вниз. У моделі без згинальної жорсткості та моделі із згинальною жорсткістю цей самий закон застосовують до нормальної реакції, визначеної відповідною механічною моделлю.

Після підстановки вагової нормальної реакції та закону тертя диференціальне рівняння набуває явного вигляду:

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}s}(s) = -q_g(s)\cos\vartheta(s) + \mu q_g(s)\sin\vartheta(s).$$

Права частина рівняння не залежить від осьової сили. За заданого верхнього навантаження його інтегрують послідовно на ділянках A–C, C–D і D–B від верхнього кінця до нижнього, використовуючи місцевий зенітний кут. Зміна граничного навантаження змінює розподіл осьової сили, проте не змінює нормальної реакції та тертя. Саме відсутність у нормальному балансі внеску від повороту осьової сили відрізняє цю модель від моделі без згинальної жорсткості.

Модель без згинальної жорсткості

У моделі без згинальної жорсткості колона не чинить опору згину, але, на відміну від вагової моделі, під час визначення нормальної реакції враховують зміну напряму осьової сили разом зі зміною зенітного кута вздовж стовбура. Для виведення рівняння за схемою сил на рисунку 2, б розглянемо елементарно малу ділянку колони довжиною $\mathrm{d}s$. На її верхньому кінці осьова сила дорівнює $N(s)$, а на нижньому – $N(s)+\mathrm{d}N(s)$. Зенітні кути на цих кінцях становлять відповідно $\vartheta(s)$ та $\vartheta(s)+\mathrm{d}\vartheta(s)$.

Тут $\mathrm{d}N$ – диференціал осьової сили, а $\mathrm{d}\vartheta$ – диференціал зенітного кута, пов'язаний із довжиною елемента залежністю:

$$\mathrm{d}\vartheta(s)=\frac{\mathrm{d}\vartheta}{\mathrm{d}s}(s)\mathrm{d}s.$$

Похідна зенітного кута за довжиною визначається геометрією досліджуваної ділянки. Після відкидання членів вищого порядку малості баланс проєкцій сил уздовж стовбура зберігає вигляд:

$$\mathrm{d}N(s)=\left[-q_g(s)\cos\vartheta(s)+q_f(s)\right]\mathrm{d}s,$$

де $q_f(s)$ – модуль погонної сили тертя, спрямованої проти переміщення колони вниз. Різниця напрямів осьових сил створює поперечний внесок, який у балансі сил елемента враховується так:

$$q_n(s)\mathrm{d}s=\left|q_g(s)\sin\vartheta(s)\mathrm{d}s-N(s)\mathrm{d}\vartheta(s)\right|,$$

де $q_n(s)$ – модуль погонної нормальної реакції стінки. Знак осьової сили збережено, оскільки її поперечний внесок за розтягу та стиску має різний напрям. Модуль дає змогу врахувати контакт із протилежною стінкою, якщо результуюче поперечне навантаження змінює знак. Після ділення на довжину елемента одержуємо:

$$q_n(s)=\left|q_g(s)\sin\vartheta(s)-N(s)\frac{\mathrm{d}\vartheta}{\mathrm{d}s}(s)\right|.$$

За законом Амонтона–Кулона $q_f(s)=\mu q_n(s)\geq 0,$ тому підстановка нормальної реакції в поздовжній баланс дає основне диференціальне рівняння моделі без згинальної жорсткості:

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}s}(s)=-q_g(s)\cos\vartheta(s)+$$
$$+\mu\left|q_g(s)\sin\vartheta(s)-N(s)\frac{\mathrm{d}\vartheta}{\mathrm{d}s}(s)\right|.$$

Граничну умову задають на верхньому кінці досліджуваної ділянки:

$$N(a)=N_a.$$

Тут N_a – задана осьова сила на верхньому кінці досліджуваної ділянки (точка A). На прямих похідна зенітного кута дорівнює нулю, тому рівняння збігається з рівнянням вагової моделі. На ділянці набору зенітного кута вона визначається законом зміни зенітного кута й уводить залежність нормальної реакції від поточної осьової сили. Інтегрування виконують послідовно на ділянках A–C, C–D і D–B. За стиску модель без згинальної жорсткості дає спрощену контактну оцінку, однак не описує стійкості колони.

Модель із згинальною жорсткістю

У моделі із згинальною жорсткістю для врахування деформування й областей прилягання колону розглядають як початково прямий пружний стрижень у вертикальній площині осі свердловини. За малих відносних поперечних відхилень і нахилів модель описує згинальну жорсткість, змінний зазор та односторонній пружний контакт зі стінкою. Прикладений крутний момент відсутній, що відповідає прийнятому переміщенню без обертання.

Поперечне відхилення осі колони від осі свердловини в цій площині позначають $y(s)$. Додатний напрям відхилення прийнято до нижньої стінки свердловини. Геометрична кривизна стовбура пов'язана зі зміною зенітного кута залежністю:

$$\kappa(s)=\frac{\mathrm{d}\vartheta}{\mathrm{d}s}(s),$$

де κ – скалярна кривизна осі свердловини, визначена раніше за геометричними параметрами ділянки. На ділянці набору зенітного кута вона дорівнює оберненому радіусу, а на прямих продовженнях – нулю. Додатний напрям поперечного відхилення зберігається на всій досліджуваній ділянці.

Згинальну жорсткість колони задано функцією $EI(s)$, а ефективну погонну вагу – функцією $q_g(s)$ з урахуванням плавучості. У розрахунковому варіанті із замками кожне з'єднання подається ділянкою скінченної довжини зі збільшеним контактним діаметром $D_c(s)$. У розрахунковому варіанті без замків відповідні інтервали відсутні, а контактний діаметр збігається з діаметром тіла труби. За наявності замки змінюють лише контактний діаметр і зазор; їхній вплив на інші характери-

стики стрижня не враховується. Центри замків задаються як $s_j = s_{\text{ref}} + \xi_j$, де s_{ref} – координата опорного перерізу колони, а ξ_j – відстань до центра замка в напрямку зростання s. Замок довжиною l_j займає інтервал $J_j = [s_j - l_j/2, s_j + l_j/2]$. Для неперекривних інтервалів:

$$D_c(s) = d_d(s) + \sum_j \left[d_t - d_d(s)\right]\chi_{J_j}(s),$$

де $d_d(s)$ – діаметр тіла колони, d_t – діаметр її замків, а χ_{J_j} дорівнює одиниці на J_j і нулю поза ним. За сталого кроку ℓ центри замків задаються як $s_j = s_{\text{ref}} + \varphi + j\ell$, де $0 \le \varphi < \ell$ визначає зсув розташування замків відносно ділянки набору зенітного кута. Радіальний зазор становить:

$$c(s) = \frac{D_w(s) - D_c(s)}{2} > 0,$$

де $D_w(s)$ – заданий діаметр стовбура, а c – радіальний зазор між колоною та стінкою. Під час переміщення колони вниз координата її опорного перерізу збільшується на величину переміщення ; так само змінюються координати замків, якщо вони є. Геометрія свердловини залишається незмінною.

Модуль поперечного відхилення осі колони та деформація контактної поверхні у плоскій постановці визначаються залежностями:

$$r = |y|, \qquad \delta = r - c.$$

Тут r – відстань осі колони від осі свердловини, а δ – перевищення радіального зазору. Додатне значення δ відповідає контакту зі стінкою.

Односторонній квадратично-пружний закон нормального контакту має вигляд:

$$q_n = k_n(s)\left[\max(0, \delta)\right]^2,$$

де $k_n(s)$ – параметр контактної жорсткості з розмірністю Н/м³, а $q_n(s)$ має розмірність Н/м. За відсутності контакту реакція дорівнює нулю, а при контакті спрямована до осі свердловини. Для запису поперечної складової реакції окремо вводять допоміжний коефіцієнт $\lambda_c = q_n / r$ у контактній області та $\lambda_c = 0$ при $r \le c$, включно з $r = 0$. Поперечна складова реакції стінки дорівнює $-\lambda_c y$.

Рівняння поперечної рівноваги у вертикальній площині та осьовий баланс утворюють зв'язану систему:

$$\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}s^2}\left[EI\left(\frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}s^2} - \kappa\right)\right] - N\left(\frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}s^2} - \kappa\right) = q_g \sin\vartheta - \lambda_c y;$$

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}s} = -q_g \cos\vartheta + q_f.$$

Зв'язок рівнянь зумовлений взаємним впливом силового й контактного станів: нормальна реакція визначає тертя, тертя змінює осьову силу, а осьова сила впливає на згин і прилягання. Тому розподіли $N(s)$, $y(s)$ і $q_n(s)$ визначають узгоджено. Зміна лише підсумкової сили тертя без оновлення осьового балансу не відтворювала б цієї квазістаціонарної постановки.

На сполученнях ділянки набору зенітного кута з прямолінійними ділянками та на межах секцій за відсутності зосереджених навантажень зберігаються неперервними поперечне відхилення, нахил, згинальний момент $EI\left(\frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}s^2} - \kappa\right)$, його перша похідна за довжиною та осьова сила. Кривизна геометричної осі на сполученнях може мати стрибок; він ураховується через ці умови, а не через чисельне диференціювання розривної функції.

Для розрахункової серії використано варіант граничних умов, за якого кінці колони розташовані на похилих прямолінійних продовженнях у стані нижнього прилягання. За $q_g(a)\sin\vartheta(a) > 0$ і $q_g(b)\sin\vartheta(b) > 0$ їхні поперечні положення та умови навантаження задають так:

$$y(a) = c(a) + \sqrt{\frac{q_g(a)\sin\vartheta(a)}{k_n(a)}};$$

$$y(b) = c(b) + \sqrt{\frac{q_g(b)\sin\vartheta(b)}{k_n(b)}};$$

$$\left[EI\left(\frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}s^2} - \kappa\right)\right]_{s=a} = 0;$$

$$\left[EI\left(\frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}s^2} - \kappa\right)\right]_{s=b} = 0;$$

$$N(a) = N_a.$$

Наведені умови задають положення кінців колони з урахуванням деформації стінки та нульові згинальні моменти; повороти кінцевих перерізів залишаються вільними. Верхня осьова сила задається так само, як у двох спроще-

них моделях. Цей варіант потрібно відрізняти від вільного кінця колони, для якого задають нульові згинальний момент і поперечну силу, а положення визначається рівновагою та можливим контактом. Автоматичне центрування не замінює жодного з цих механічних граничних описів.

Спосіб розв'язання та порівняння інтегральних сил тертя

Спосіб розв'язання відповідає послідовному уточненню трьох моделей. Спочатку за інтенсивністю набору зенітного кута й кутами прилеглих прямих визначають радіус кривизни, кривизну осі та довжину ділянки набору зенітного кута. Потім за сталої загальної довжини 500 м обчислюють однакові довжини верхнього й нижнього продовжень і формують закон зміни нахилу на A–B. Для колони задають ефективну погонну вагу, згинальну жорсткість, діаметри тіла й замків, а за їх наявності – крок та положення. Загальну кількість замків перевіряють за перетином їхніх інтервалів із розрахунковою областю; для кожного типу труб вона однакова в усіх варіантах із замками. До розрахунку встановлюють також діаметр стовбура, коефіцієнт тертя й параметр нормального контакту. У межах кожної конфігурації три моделі використовують однакові геометрію, положення колони, вагу, коефіцієнт тертя та верхню осьову силу N_a.

У ваговій моделі спочатку визначають погонну нормальну реакцію за поперечною складовою ефективної ваги, а потім – тертя та праву частину осьового рівняння. Розподіл $N(s)$ одержують інтегруванням від точки A із заданим значенням N_a. Оскільки нормальна реакція не залежить від осьової сили, за незмінних геометрії та ваги зміна верхнього навантаження не потребує повторного визначення реакції й тертя; змінюється лише розподіл осьової сили.

У моделі без згинальної жорсткості осьова задача також має умову на верхньому кінці, але її права частина залежить від поточної осьової сили. На кожному кроці за зенітним кутом, його похідною й осьовою силою визначають модуль нормальної реакції, після чого обчислюють тертя та похідну осьової сили. Знак сили у виразі для реакції зберігають. Тому за зміни верхнього навантаження модель без згинальної жорсткості потрібно розв'язувати заново.

Для вагової моделі та моделі без згинальної жорсткості застосовують адаптивний метод Рунге–Кутти до рівняння першого порядку. Інтегрування виконують послідовно на ділянках A–C, C–D і D–B, передаючи кінцеву осьову силу попередньої ділянки як початкове значення наступної. Крок обмежують точками C і D та межами зміни погонної ваги, щоб не усереднювати розрив правої частини в межах одного кроку. За можливої зміни сторони контакту в моделі без згинальної жорсткості крок додатково зменшують. Локальну похибку контролюють за заданими абсолютним і відносним допусками.

Для моделі із згинальною жорсткістю розв'язують зв'язану крайову задачу для поперечного прогину $y(s)$ та осьової сили $N(s)$. Система містить поперечне диференціальне рівняння четвертого порядку та рівняння осьового балансу першого порядку, тому для її розв'язання необхідно задати п'ять граничних умов. У прийнятому варіанті це два поперечні положення кінців, два нульові згинальні моменти та задана верхня осьова сила. Вони відповідають умовам, наведеним у постановці моделі із згинальною жорсткістю.

Рівняння поперечної рівноваги дискретизують методом скінченних елементів із кубічними функціями Ерміта. Вузловими невідомими є прогин і його похідна за довжиною. Осьову силу апроксимують неперервною кусково-лінійною функцією та включають її вузлові значення до тієї самої системи. Вузли розміщують у точках C і D, на межах секцій та на обох краях кожного замка. Усередині елемента використовують відповідні його положенню кривизну, погонну вагу, жорсткість і контактний зазор. Рівняння поперечної рівноваги записують у слабкій інтегральній формі, тому стрибки геометричної кривизни враховують без її чисельного диференціювання на сполученнях.

Нелінійну систему розв'язують методом Ньютона з регулюванням довжини кроку за нев'язкою. На кожній ітерації в точках квадратури за поточним прогином визначають контактну деформацію та погонну нормальну реакцію. За законом Амонтона–Кулона оновлюють погонну силу тертя, а поточну осьову силу використовують у рівнянні згину. Поперечний і осьовий стани уточнюють спільно до виконання рівноваги, контактного закону й граничних умов. Збіжність контролюють за нормованою нев'язкою та приростом невідомих.

Під час варіювання верхнього навантаження методика допускає використання попереднього збіжного стану як початкового наближення для наступного розрахунку моделі із згинальною жорсткістю. Якщо перебудова контактних областей ускладнює збіжність, приріст навантаження зменшують у межах заданих чисельних налаштувань. Незбіжний стан не використовують для визначення інтегрального показника. У наведеній порівняльній серії кінцеве верхнє навантаження є однаковим для всіх конфігурацій; зіставлення серій з різними верхніми зусиллями не проводилося.

Зміну положення колони можна описати послідовністю квазістаціонарних станів. Після заданого приросту переміщення оновлюють координати замків і розташування ділянок зі зміненим контактним діаметром, та повторно визначають рівновагу за незмінної геометрії свердловини. Для кожного положення зберігають напрям сил тертя вгору й однакове значення верхнього осьового навантаження в трьох моделях. У дослідженій серії розраховано два окремі положення періодичного ряду замків; послідовність проміжних станів між ними не розраховувалася.

За прийнятого впливу замків лише на контактний діаметр вагова модель та модель без згинальної жорсткості дають однакові результати для розрахункових варіантів із замками та без них за решти однакових даних. Натомість у моделі із згинальною жорсткістю збільшений діаметр змінює зазор, області контакту й розподіл реакцій. Тому вплив замків на інтегральну силу тертя визначають зіставленням варіанта без замків та варіантів із заданими положеннями замків саме в моделі із згинальною жорсткістю.

Силовий стан класифікують за розподілом внутрішньої осьової сили: розтягу відповідає $N > 0$, а стиску – $N < 0$ на всій ділянці оцінювання. Випадки зміни знака всередині ділянки або різних знаків у трьох моделях за однакового верхнього навантаження розглядають окремо. Для фізичного тлумачення результатів у стиску необхідна перевірка стійкості: сама збіжність чисельного розв'язання її не доводить. У наведеній серії такої перевірки не виконували.

Під час підсумовування результатів індекс $m = 1, 2, 3$ відповідає ваговій моделі, моделі без згинальної жорсткості та моделі із згинальною жорсткістю відповідно. У таблицях і на рисунках використовують позначення M1, M2 і M3. Для кожної конфігурації інтегрування виконують на спільному інтервалі від a до b. Сумарне нормальне навантаження та інтегральна сила тертя становлять:

$$F_{n,m} = \int_a^b q_n(s)\mathrm{d}s;$$

$$F_{f,m} = \int_a^b q_f(s)\mathrm{d}s = \mu F_{n,m}, \qquad m = 1, 2, 3.$$

Тут $F_{n,m}$ – сумарне нормальне навантаження стінки на ділянці A–B, а $F_{f,m}$ – інтегральна сила тертя на цій самій ділянці; обидві величини вимірюються в ньютонах. Інтегрування модулів реакцій ураховує контакти з різними сторонами стовбура без взаємного погашення нормальних сил. За прийнятого напрямку ковзання всі осьові сили тертя спрямовані вгору вздовж ділянки. Множник μ можна винести за знак інтеграла лише за прийнятого сталого коефіцієнта тертя. Середнє погонне нормальне навантаження для зіставлення локальних профілів визначається як:

$$\overline{q}_{n,m} = \frac{F_{n,m}}{b - a}.$$

Це середнє погонне нормальне навантаження на всій ділянці A–B, тобто сумарне нормальне навантаження, поділене на її довжину; його розмірність – ньютон на метр.

Абсолютні та відносні відмінності інтегральних сил тертя визначають за однакових параметрів об'єкта, положення колони й верхнього осьового навантаження. Для зіставлення моделі із згинальною жорсткістю з моделлю без згинальної жорсткості відносне відхилення та критерій його прийнятності задають як

$$\varepsilon_{32} = \frac{F_{f,3} - F_{f,2}}{F_{f,2}} \cdot 100\%.$$

Критерієм прийнятності є умова $|\varepsilon_{32}| \le \varepsilon_{all}$, де ε_{all} – допустиме відносне відхилення для конкретного інженерного розрахунку. Модель без згинальної жорсткості обрано базою відносного порівняння, а не еталоном фізичної точності. Допуск у цій роботі наперед не задавали; відхилення характеризують узгодженість двох розрахункових постановок, а не експериментальну похибку. За нульової сили тертя базової моделі використовують лише абсолютну різницю.

Після визначення рівноваги погонні реакції та сили тертя інтегрують чисельною квадратурою на всій ділянці A–B. Інтервал поділяють у точках C і D, на межах секцій та замків; у моделі із згинальною жорсткістю додатково враховують межі контактних областей. Для

кожного положення колони окремо обчислюють внески ділянок A–C, C–D і D–B, а їхню суму використовують як загальну інтегральну силу тертя.

Для встановлення місця накопичення різниці додатково визначають силу тертя на інтервалі від верхнього кінця до поточного перерізу та її різницю між моделями:

$$F_{f,m}(s) = \mu \int_a^s q_{n,m}(\xi) d\xi.$$

$$\Delta F_{f,32}(s) = F_{f,3}(s) - F_{f,2}(s).$$

На нижньому кінці $s = b$ ці величини дорівнюють повній інтегральній силі тертя та різниці повних сил відповідно. Для моделі із згинальною жорсткістю кожний варіант контактної геометрії порівнюють з одним і тим самим розв'язком моделі без згинальної жорсткості.

Внески ділянок A–C, C–D і D–B використовують для встановлення місця формування та компенсації різниць інтегральної сили тертя. Їх не трактують як незалежні внески лише згинальної жорсткості або крайових ефектів, оскільки на результат впливають також довжини прямих, контактна геометрія та силовий стан. Незалежність від торцевих умов потребує окремого подовження області за незмінної геометрії ділянки набору зенітного кута й зіставлення реакцій на спільному інтервалі, без додавання тертя на нових відрізках до порівнюваного показника. Для відокремлення впливу верхнього продовження слід узгодити осьову силу на початку ділянки набору зенітного кута (точка C). Такої перевірки в наведеній серії не виконували.

Чисельну чутливість інтегрального показника перевіряють зменшенням допусків осьового інтегрування, згущенням скінченноелементної сітки та уточненням квадратури. Додатково контролюють узгодженість зміни осьової сили з інтегралом вагового внеску й тертя, нев'язку поперечної рівноваги, виконання контактного закону та граничних умов. Відмінності між моделями тлумачать з урахуванням результату такого уточнення. Водночас мала зміна інтегральної сили при згущенні сітки характеризує чисельну чутливість і не доводить фізичної стійкості стиснутої конфігурації.

У прийнятій послідовності порівняння вагової моделі та моделі без згинальної жорсткості визначає вплив повороту осьової сили на нормальну реакцію й тертя. Подальше зіставлення моделі без згинальної жорсткості з моделлю із згинальною жорсткістю охоплює сукупний вплив згинальної жорсткості, зазору, податливості контакту та контактного діаметра замків за їх наявності. Ці чинники не відокремлюються одним таким порівнянням. Знак і величину різниці визначають розв'язанням відповідних задач, а близькі інтегральні сили можуть супроводжуватися різними місцевими реакціями. Тому висновок про достатність спрощення формулюють для заданої геометрії, силового стану, положення колони та напряму її переміщення.

Параметри досліджуваного об'єкта та розрахункової серії

За описаною методикою досліджено шість геометричних варіантів плоскої ділянки свердловини: набору зенітного кута від 30° до 75° та від 45° до 60° за інтенсивностей 5, 10 і 15° на 30 м. Загальна довжина A–B становить 500 м, а довжина кожного прямолінійного продовження дорівнює половині різниці між загальною довжиною й довжиною ділянки набору зенітного кута. Діаметр стовбура прийнято рівним 215,9 мм. Геометричні параметри наведено в таблиці 1; інтегральну силу тертя обчислюють на всій ділянці A–B.

За прийнятого способу варіювання геометрії змінюються не лише кривизна осі ділянки набору зенітного кута, а й довжина цієї ділянки, довжини прилеглих прямих, розподіл зенітного кута та осьової сили. Тому відмінності результатів характеризують зміну геометрії всієї досліджуваної ділянки за незмінних загальної довжини й сумарної ефективної ваги, а не ізольований вплив кривизни.

Розглянуто колони зі звичайних бурильних труб (БТ) і товстостінних бурильних труб (ТБТ); прийняті розрахункові характеристики наведено в таблиці 2. Для обох типів труб модуль пружності становить 210 ГПа, густина сталі – 7850 кг/м³, густина промивального розчину – 1200 кг/м³. Згинальну жорсткість визначено за кільцевим перерізом тіла труби, а ефективну погонну вагу – за усередненою масою з урахуванням плавучості. Маси 28,5 і 75 кг/м та наведені геометричні характеристики є вхідними параметрами ідеалізованих колон; їх не ототожнюють із перевіреною специфікацією конкретного виробника.

У моделі ТБТ центральне потовщення тіла труби не задається як окрема контактна ділянка; локальні зміни маси й згинальної жорсткості в замкових частинах також не враховуються. Це обмежує відповідність конкретній конструкції ТБТ, але забезпечує порівняння механічних постановок за однакових усереднених

Таблиця 1 – Геометричні параметри ділянок стовбура свердловини а загальної довжини 500 м

Зенітні кути на початку та в кінці ділянки, °	Інтенсивність набору кута, °/30 м	Радіус кривизни, м	Кривизна, $м^{-1}$	Довжина ділянки C–D, м	Довжина кожної прямої, м
30→75	5	343,775	0,002909	270	115
30→75	10	171,887	0,005818	135	182,5
30→75	15	114,592	0,008727	90	205
45→60	5	343,775	0,002909	90	205
45→60	10	171,887	0,005818	45	227,5
45→60	15	114,592	0,008727	30	235

Таблиця 2 – Розрахункові характеристики колон із БТ і ТБТ

Характеристика	БТ	ТБТ
Зовнішній діаметр , мм	114,3	127,0
Внутрішній діаметр, мм	95,0	76,2
Розрахункова усереднена маса, кг/м	28,5	75,0
Ефективна погонна вага, Н/м	236,765	623,066
Згинальна жорсткість, МН·м²	0,919817	2,334119
Діаметр замка, мм	158,80	168,27
Довжина замка, мм	533,0	1219,2
Відстань між центрами сусідніх замків, м	9,14	9,45
Кількість замків на A–B у варіантах із замками	55	53

характеристик. Відстані 9,14 і 9,45 м визначають крок між центрами сусідніх замків, а не відстань між їхніми краями. Їх прийнято як фіксовані параметри періодичного ряду; варіювання цих відстаней у наведеній серії не проводили.

Для кожного типу труб розраховано варіант без замків і два положення періодичного ряду замків. У першому положенні центр першого замка, що перетинає розрахункову область, розташований у точці A; у другому весь ряд зміщено вниз на половину кроку: 4,57 м для БТ і 4,725 м для ТБТ. Кількість замків, інтервали яких перетинають A–B, становить відповідно 55 і 53 та є однаковою в усіх геометричних варіантах і двох положеннях ряду. Замок із центром у точці A враховано як один, хоча лише його частина належить розрахунковій області. Тому однакова кількість замків не означає однакової сумарної довжини їхніх частин усередині A–B або однакового розподілу між ділянкою набору зенітного кута та прямолінійними ділянками. У межах одного типу труб усереднені вага та згинальна жорсткість незмінні; варіант без замків є контрольним спрощенням контактної геометрії, а не окремою реальною конструкцією беззамкової труби.

В усіх конфігураціях верхня осьова сила становить −5 кН, тобто є стискальною за прийнятого додатного знака розтягу. Коефіцієнт тертя дорівнює 0,35, а параметр квадратично-пружного нормального контакту – 1 ГН/м³. Тертя відповідає повільному переміщенню колони вниз. Для кожної фази розраховано окремий квазістаціонарний стан; процес переходу між фазами та залежність від числового значення швидкості не моделювали.

Для моделі із згинальною жорсткістю використано наведені граничні умови нижнього прилягання та нульових згинальних моментів. Зазор на кінцях визначено за фактичним діаметром тіла або замка. Коли центр замка збігається з точкою A, верхнє поперечне положення обчислюється за його діаметром. Тому зміна фази може впливати не лише на зазор усередині ділянки, а й на задане кінцеве положення. За сталої довжини 500 м положення останнього замка відносно точки B однакове для всіх геометричних варіантів за одного типу труб і фази ряду. Відстань від нижнього краю останнього замка до точки B для БТ становить 6,1735 м у першому положенні та 1,6035 м у другому, а для ТБТ – 7,9904 і 3,2654 м відповідно. Отримані відмінності стосуються повної крайової задачі з прийнятим способом задання граничних умов на кінцях колони.

Таблиця 3 – Інтегральна сила тертя для ділянки набору зенітного кута від 30° до 75°, кН

Тип труб	Інтенсивність, °/30 м	М1	М2	М3 без замків	М3: замок у точці А	М3: зсув на пів кроку
БТ	5	31,268	40,580	40,580	40,323	41,241
БТ	10	30,819	40,991	40,992	40,736	41,660
БТ	15	30,669	41,128	41,129	40,874	41,801
ТБТ	5	82,284	104,830	104,830	104,452	104,999
ТБТ	10	81,102	105,911	105,912	105,533	106,088
ТБТ	15	80,708	106,271	106,273	105,895	106,452

Таблиця 4 – Інтегральна сила тертя для ділянки набору зенітного кута від 45° до 60°, кН

Тип труб	Інтенсивність, °/30 м	М1	М2	М3 без замків	М3: замок у точці А	М3: зсув на пів кроку
БТ	5	32,624	35,369	35,369	35,076	35,949
БТ	10	32,607	35,390	35,390	35,097	35,970
БТ	15	32,602	35,396	35,397	35,104	35,977
ТБТ	5	85,853	92,362	92,362	92,012	92,469
ТБТ	10	85,809	92,416	92,417	92,067	92,524
ТБТ	15	85,794	92,434	92,435	92,086	92,543

Результати моделювання

Поєднання шести геометричних варіантів, двох типів труб і трьох варіантів контактної геометрії утворює 36 конфігурацій та 108 основних розрахунків за трьома моделями. Для всіх основних розрахунків і повторів на уточненій сітці досягнуто чисельної збіжності. Під час уточнення максимальну довжину елемента зменшено з 1 до 0,5 м, порядок квадратури збільшено з шести до восьми, а допуски осьового інтегрування посилено вдесятеро. Чисельне уточнення практично не змінило інтегральної сили тертя. Проте така збіжність не є гарантованою оцінкою похибки чи підтвердженням фізичної стійкості. Внутрішня осьова сила в усіх отриманих станах залишалася стискальною та лежала в межах від −111,568 до −4,649 кН.

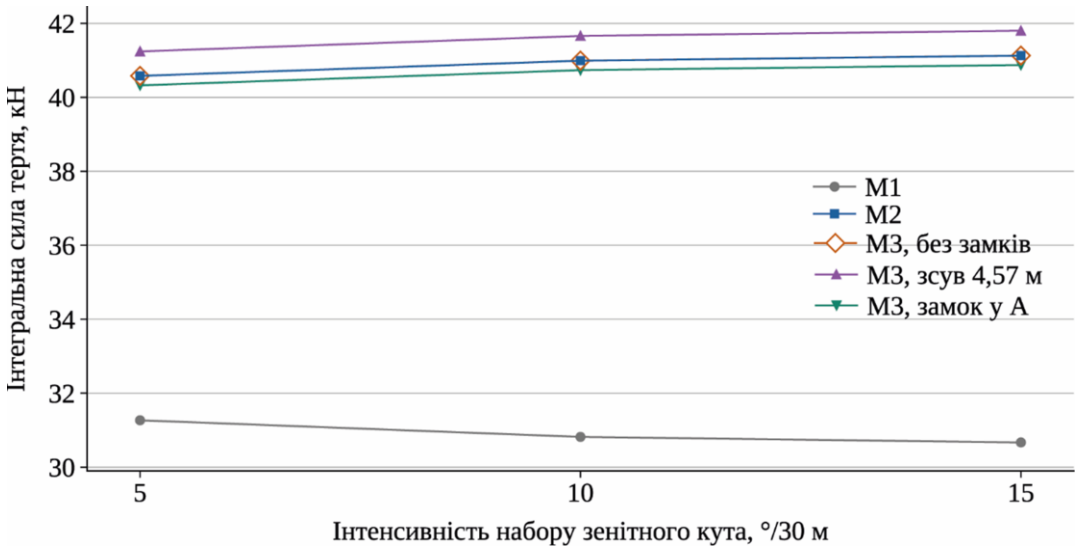
Інтегральні сили тертя на основній сітці наведено в таблицях 3 і 4. У ваговій моделі та моделі без згинальної жорсткості результати однакові для варіанта без замків й обох положень замків: за прийнятого впливу замків лише на діаметр ці постановки не містять відповідного контактного механізму. Вагова модель в усіх досліджених конфігураціях дала меншу силу тертя, ніж модель без згинальної жорсткості; відносне заниження щодо моделі без згинальної жорсткості становило 7,05–25,43%. За прийнятого стиску та набору зенітного кута внесок від зміни напряму осьової сили збільшує нормальну реакцію порівняно з ваговим внеском. Тому нехтування ним систематично зменшувало інтегральний показник у цій серії.

Обговорення результатів

Залежність інтегральної сили тертя від інтенсивності набору зенітного кута для БТ наведено на рисунку 3. На ділянці набору кута від 30° до 75° збільшення інтенсивності від 5 до 15° на 30 м за моделлю без згинальної жорсткості підвищує силу тертя від 40,580 до 41,128 кН, або на 1,35%. Для ділянки набору кута від 45° до 60° відповідні значення становлять 35,369 і 35,396 кН, тобто сила тертя практично не змінилася. За сталої загальної довжини ці зміни характеризують геометрію всієї розрахункової ділянки, включно з подовженням прямих і зміною осьової сили на початку ділянки набору зенітного кута; їх не слід приписувати лише зростанню кривизни.

Вагова модель в усій серії дає меншу інтегральну силу тертя, ніж модель без згинальної жорсткості, з відносним заниженням 7,05–25,43%. За стиску та додатної кривизни врахування зміни напряму осьової сили збільшує нормальну реакцію на ділянці набору зенітного кута. На прямих цей внесок дорівнює нулю, тому вагова модель залишається придатною як контрольна оцінка саме для таких інтервалів.

Для колон без замків інтегральні сили тертя, визначені за моделями без згинальної жорсткості та із згинальною жорсткістю, практично рівні в усіх досліджених конфігураціях. Проте



1 – вагова модель; 2 – модель без згинальної жорсткості; 3 – модель із згинальною жорсткістю без замків; 4, 5 – модель із згинальною жорсткістю із замками за зміщень ряду 0 та 4,57 м відповідно. Криві 2 і 3 практично накладаються. Лінії з'єднують три розрахункові значення з таблиці 3

Рисунок 3 – Залежність інтегральної сили тертя від інтенсивності набору зенітного кута для БТ за зміни кута від 30° до 75°

близькість повних інтегралів не означає однакового локального контакту, що демонструє наведений далі аналіз збережених полів.

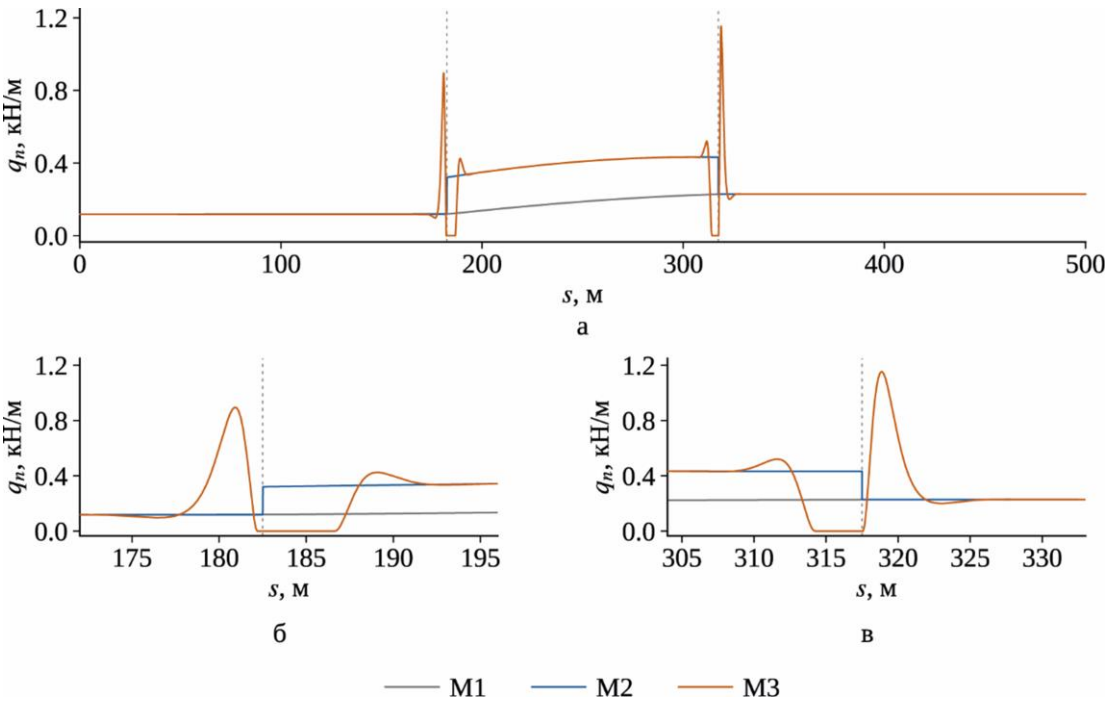
Для пояснення локальних відмінностей використано збережені основні розв'язки для БТ на ділянці набору зенітного кута від 30° до 75° за інтенсивності 10° на 30 м. Координати сполучень становлять 182,5 м (точка C) та 317,5 м (точка D). Розглянуто вагову модель, модель без згинальної жорсткості та три варіанти моделі із згинальною жорсткістю: без замків, із замком у точці A та зі зміщенням ряду на 4,57 м. Нових задач рівноваги для цього аналізу не розв'язували.

Поперечне відхилення в моделі із згинальною жорсткістю відновлено за збереженими вузловими переміщеннями й нахилами з використанням кубічних функцій Ерміта, а осьову силу – лінійно в межах елемента. Межі контакту визначено за перетинами відновленої осі з межами зазору. Для вагової моделі та моделі без згинальної жорсткості осьову силу між збереженими точками відновлено кубічною інтерполяцією Ерміта з похідними, визначеними з осьового балансу. Реакції обчислено за відповідними законами моделей. Однобічні значення на межах замків і сполученнях прямолінійних ділянок із ділянкою набору зенітного кута збережено; згладжування піків не застосовували. Повторне інтегрування з відновленими квадратурними вагами узгоджується з п'ятьма відповідними значеннями таблиці 3 до її точності округлення. Ця перевірка підтверджує узгодженість відновлення полів, а не замінює фізичної валідації моделі.

Розподіли погонної нормальної реакції для колони без замків наведено на рисунку 4. На прямолінійних частинах вагова модель і модель без згинальної жорсткості дають однакові реакції; на ділянці набору зенітного кута їхня різниця зумовлена врахуванням зміни напряму стискальної осьової сили. Для вибраної конфігурації відповідна різниця інтегральних сил тертя 10,172 кН повністю формується на C–D. Натомість модель із згинальною жорсткістю передбачає перерозподіл реакцій поблизу сполучень із прямими та втрату контакту приблизно на інтервалах 182,19–186,65 і 314,24–317,58 м.

Різниці внесків окремих частин відносно моделі без згинальної жорсткості наведено в таблиці 5. Для варіанта без замків урахування згину й контакту збільшує тертя на A–C на 0,492 кН та на D–B на 0,567 кН, але зменшує його на ділянці набору зенітного кута C–D на 1,058 кН. Внески на окремих частинах майже повністю компенсуються, тому інтегральні сили тертя за двома моделями практично рівні, хоча локальні контактні реакції відрізняються.

За наявності замків відхилення моделі із згинальною жорсткістю від моделі без згинальної жорсткості становить від −0,83 до +1,64% щодо останньої. У всіх варіантах таблиць 3 і 4 розташування центра замка в точці A дає меншу інтегральну силу тертя, а зміщення ряду на половину кроку – більшу. Окреме



а – на всій ділянці A–B; б, в – поблизу точок C і D відповідно. M1 – вагова модель; M2 – модель без згинальної жорсткості; M3 – модель із згинальною жорсткістю. Вертикальні пунктирні лінії позначають початок C і кінець D ділянки набору зенітного кута

Рисунок 4 – Погонні нормальні реакції для БТ без замків за набору зенітного кута від 30° до 75° з інтенсивністю 10° на 30 м

Таблиця 5 – Різниця внесків у силу тертя між моделлю із згинальною жорсткістю та моделлю без згинальної жорсткості для БТ за набору кута від 30° до 75° з інтенсивністю 10° на 30 м, кН

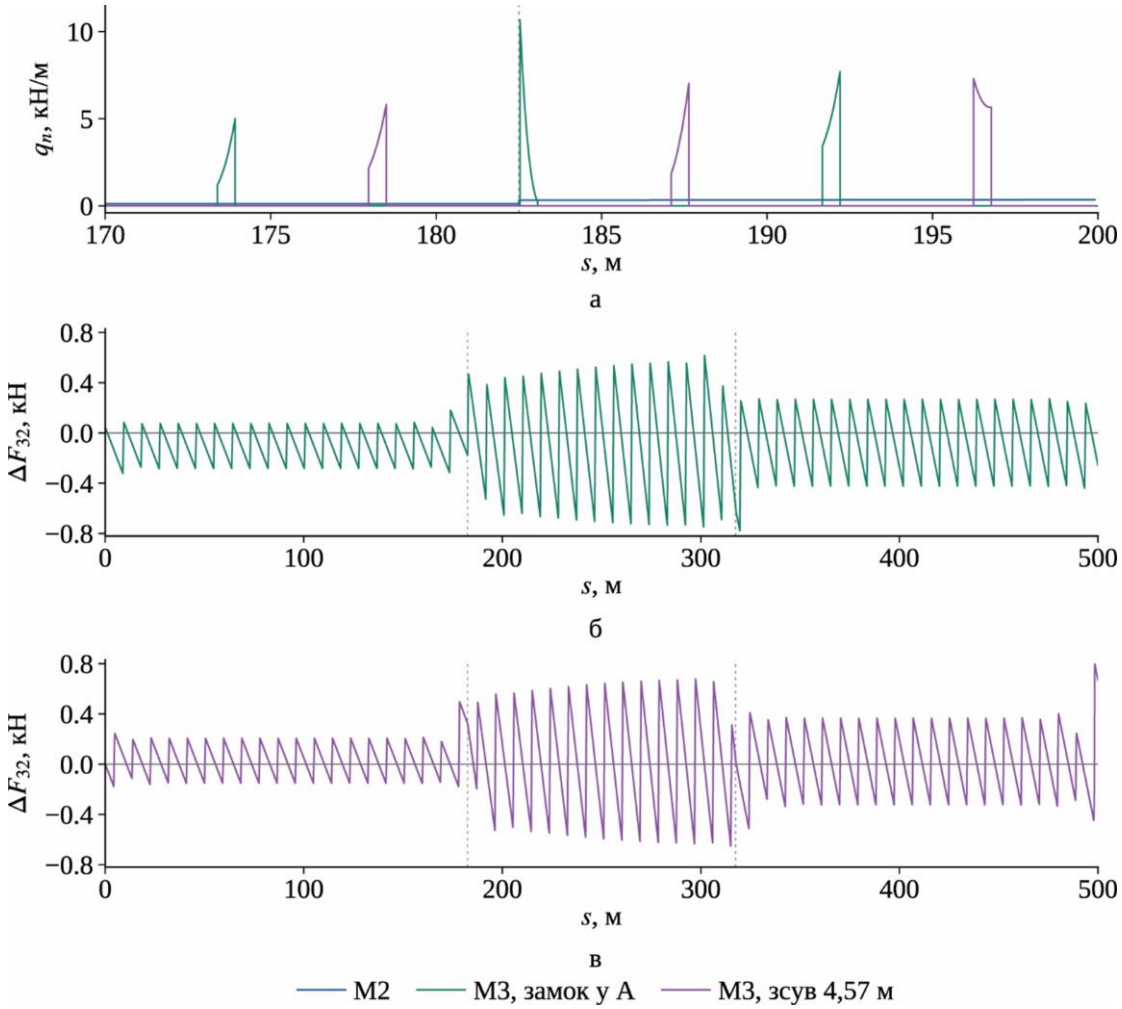
Варіант M3	A–C	C–D	D–B	A–B
Без замків	+0,492	−1,058	+0,567	≈ 0
Замок у точці A	−0,175	−0,432	+0,352	−0,255
Зміщення 4,57 м	+0,330	−0,306	+0,645	+0,669

Примітка. Знак «+» означає більшу силу тертя за моделлю із згинальною жорсткістю. Значення «≈ 0» означає практичну рівність інтегральних сил тертя; підсумок визначено за неокругленими даними.

зіставлення двох положень ряду в моделі із згинальною жорсткістю показує збільшення сили тертя на 0,50–2,49% відносно положення із замком у точці A. Цей відсоток має іншу базу порівняння, ніж відхилення між моделями.

За наявності замків радіальний зазор для БТ зменшується від 50,80 мм на тілі труби до 28,55 мм у замкових частинах. Це змінює умови виникнення контакту: реакції зосереджуються на коротких інтервалах і чергуються з ділянками відриву від стінки. На рисунку 5, а видно, як зміщення ряду змінює положення контактних піків відносно початку ділянки набору зенітного кута. Водночас інтегральний внесок визначається не лише висотою піка, а й протяжністю контактної області; порівняння самих максимумів не пояснює сумарної сили тертя.

Для положення із замком у точці A зменшення тертя на A–C і C–D становить відповідно 0,175 і 0,432 кН, а його збільшення на D–B – 0,352 кН; сумарна різниця відносно моделі без згинальної жорсткості дорівнює −0,255 кН. Після зміщення ряду на половину кроку додатні внески прямолінійних ділянок +0,330 і +0,645 кН переважають від'ємний внесок ділянки набору зенітного кута −0,306 кН, тому сумарна різниця стає додатною: +0,669 кН. Таким чином, знак відхилення визначається співвідношенням внесків усієї ділянки, а не лише перебудовою контакту поблизу точки C. Криві на рисунку 5, б і в показують накопичення цих різниць; їхній пилкоподібний вигляд зумовлений чергуванням коротких контактних областей із проміжками без контакту, а не коливальним процесом у часі.



а – погонні нормальні реакції поблизу точки С; б, в – накопичені різниці сил тертя відносно моделі без згинальної жорсткості за двох положень замків. Вертикальні пунктирні лінії – межі ділянки набору зенітного кута

Рисунок 5 – Вплив положення замків на контактну взаємодію БТ

Зміна фази ряду змінює не лише положення замків усередині ділянки, а й поперечну граничну умову у верхньому кінцевому перерізі. За замка в точці А зазор визначається його діаметром, а після зміщення – діаметром тіла труби. Тому розподіли й внески окремих частин дозволяють установити, де формується різниця сил тертя, але не відокремлюють впливу внутрішніх замків від зміни кінцевого контакту. Так само порівняння БТ і ТБТ не ізолює впливу згинальної жорсткості, оскільки одночасно змінюються вага, діаметри, зазор і відстань між замками.

Для інженерного розрахунку, у якому потрібна лише інтегральна сила тертя, придатність моделі без згинальної жорсткості визначається заданим допустимим відхиленням. Наприклад, умовний допуск 2% охоплює всі відхилення моделі із згинальною жорсткістю в цій серії, тоді як допуск 1% – не всі варіанти із замками. Ці числа ілюструють застосування критерію, а не встановлюють нормативної точності. Модель без згинальної жорсткості не розрізняє наявності й положення замків за прийнятих припущень; для локального контактного аналізу потрібна модель із згинальною жорсткістю. Обчислювальна перевага спрощення полягає в інтегруванні рівняння першого порядку замість розв’язання зв’язаної нелінійної крайової задачі; кількісного порівняння часу обчислень не проводили.

Наведені результати стосуються області завдовжки 500 м, прийнятого контактного закону та двох положень замків. Для відновленої характерної конфігурації перевірено узгодженість полів із повними інтегралами, але окремої перевірки збіжності локальних максимумів реакції не виконували. Наведені результати чисельного уточнення характеризують лише інтегральну силу тертя. Тому рисунки викори-

стовують для пояснення структури й перерозподілу контакту, а не для встановлення перевірених пікових навантажень. Чисельна збіжність не доводить стійкості стиснутої колони, єдиності гілки рівноваги чи незалежності від граничних умов; два положення ряду не визначають крайніх значень сили тертя за всіх можливих фаз.

Висновки

1. Сформовано та зіставлено вагову модель, модель без згинальної жорсткості та модель із згинальною жорсткістю для визначення інтегральної сили тертя бурильної колони. Постановки відрізняються способом визначення нормальної реакції, але використовують узгоджені геометрію, вагу, верхнє осьове навантаження, напрям переміщення й закон тертя. Порівняння охоплює колони із БТ і ТБТ, ділянки набору зенітного кута від 30° до 75° та від 45° до 60° за інтенсивностей 5, 10 і 15° на 30 м, а також варіанти без замків і з двома положеннями їхнього ряду.

2. За загальної довжини 500 м і верхнього стискального зусилля 5 кН вагова модель занижує інтегральну силу тертя на 7,05–25,43% відносно моделі без згинальної жорсткості. Для колон без замків інтегральні сили тертя за моделями без згинальної жорсткості та із згинальною жорсткістю практично рівні; за наявності замків відхилення становить від −0,83 до +1,64% щодо моделі без згинальної жорсткості. Аналіз полів для БТ за набору кута від 30° до 75° з інтенсивністю 10° на 30 м показав, що для колони без замків різниці сил тертя на прямолінійних ділянках і ділянці набору зенітного кута майже компенсуються: за локального відриву від стінки та перерозподілу реакцій їхні інтегральні сили тертя залишаються практично рівними. Для двох положень замків співвідношення внесків змінюється, що дає різниці −0,255 і +0,669 кН. Отже, врахування згину та контакту не зумовлює обов'язкового збільшення інтегральної сили тертя.

3. Модель без згинальної жорсткості доцільно застосовувати для інтегрального розрахунку лише за умови, що фактичні розбіжності відповідають його допустимому відхиленню. Для визначення деформованої осі, областей контакту та впливу положення замків потрібна модель із згинальною жорсткістю. Зміщення ряду на половину кроку збільшує інтегральну силу тертя на 0,50–2,49% відносно положення із замком у точці A, але цей результат охоплює також зміну поперечної граничної умови й не є ізольованою оцінкою впливу внутрішніх замків.

Наукова новизна полягає в кількісному зіставленні інтегральних і локальних контактних характеристик за узгоджених умов та поясненні, на прикладі проаналізованої конфігурації БТ, близькості повних сил тертя через компенсацію їхніх відмінностей на окремих частинах ділянки. Встановлені співвідношення стосуються наведених параметрів ідеалізованих колон та режиму стиску; вони не обґрунтовують універсальної еквівалентності моделей або поправкового множника.

Подальші дослідження доцільно спрямувати на перевірку стійкості стиснутих конфігурацій і можливих гілок рівноваги, незалежності від протяжності області й кінцевих умов, збіжності локальних реакцій, а також впливу конструктивних потовщень ТБТ та повного діапазону положень замків. Поширення висновків на розтяг і коливальні режими потребує окремого зіставлення.

Подяки

Відсутні.

Конфлікт інтересів

Відсутній.

Список використаних джерел

1. Optimal design of drag reduction oscillators by considering drillstring fatigue and hydraulic loss in sliding drilling / X. Shi et al. *Journal of Petroleum Science and Engineering*. 2022. Vol. 208. Art. 109572. DOI: https://doi.org/10.1016/j.petrol.2021.109572

2. Slabyi O., Hrydzhuk Y., Kondur T., Mokhnii I. Simulation model of a drill string with an axial vibration generator installed. *Prospecting and Development of Oil and Gas Fields*. 2023. No. 3. P. 49–60. DOI: https://doi.org/10.69628/pdogf/3.2023.49

3. Слабий О. О., Гриджук Я. С., Царук В. Ф., Кондур Т. І., Мохній І. Ю. Визначення оптимального місця розташування генератора осьових коливань в бурильній колоні. *Нафтогазова енергетика*. 2024. № 1 (41). С. 86–95. DOI: https://doi.org/10.31471/1993-9868-2024-1(41)-86-95

4. Johancsik C. A., Friesen D. B., Dawson R. Torque and Drag in Directional Wells-Prediction and Measurement. *Journal of Petroleum Technology*. 1984. Vol. 36, no. 6. P. 987–992. DOI: https://doi.org/10.2118/11380-PA

5. Mason C. J., Chen D. C.-K. Step Changes Needed To Modernize T&D Software. *SPE/IADC Drilling Conference* (Amsterdam, The Netherlands, 20–22 February 2007). SPE-104609-MS. DOI: https://doi.org/10.2118/104609-MS

6. Aadnoy B. S., Fazaelizadeh M., Hareland G. A 3D Analytical Model for Wellbore Friction. *Journal of Canadian Petroleum Technology*. 2010. Vol. 49, no. 10. P. 25–36. DOI: https://doi.org/10.2118/141515-PA

7. An Analytical–Numerical Model for Determining "Drill String–Wellbore" Frictional Interaction Forces / M. Bembenek et al. *Energies*. 2024. Vol. 17, no. 2. Art. 301. DOI: https://doi.org/10.3390/en17020301

8. Mitchell R. F., Samuel R. How Good Is the Torque/Drag Model? *SPE Drilling & Completion*. 2009. Vol. 24, no. 1. P. 62–71. DOI: https://doi.org/10.2118/105068-PA

9. Mirhaj S. A., Kaarstad E., Aadnoy B. S. Torque and Drag Modeling; Soft-string versus Stiff-string Models. *SPE/IADC Middle East Drilling Technology Conference and Exhibition* (Abu Dhabi, UAE, 26–28 January 2016). SPE-178197-MS. DOI: https://doi.org/10.2118/178197-MS

10. Rocheleau D. N., Dareing D. W. Effect of Drag Forces on Bit Weight in High-Curvature Well Bores. *Journal of Energy Resources Technology*. 1992. Vol. 114, no. 3. P. 175–180. DOI: https://doi.org/10.1115/1.2905938

11. Mayouf M., Hadjadj A. A Stiff-String Model for Torque and Drag Analysis in Directional Wells. *Arabian Journal for Science and Engineering*. 2022. Vol. 47, no. 9. P. 12089–12102. DOI: https://doi.org/10.1007/s13369-022-06881-8

12. Yang D., Rahman M. K., Chen Y. Bottomhole assembly analysis by finite difference differential method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 2008. Vol. 74, no. 9. P. 1495–1517. DOI: https://doi.org/10.1002/nme.2221

13. An approach to directional drilling simulation: finite element and finite segment methods with contact / S. Arbatani et al. *Computational Mechanics*. 2016. Vol. 57, no. 6. P. 1001–1015. DOI: https://doi.org/10.1007/s00466-016-1274-2

14. A highly efficient beam-in-beam large sliding contact method for flexible multibody dynamics / C. Yang et al. *Computational Mechanics*. 2021. Vol. 67, no. 4. P. 1155–1175. DOI: https://doi.org/10.1007/s00466-021-01984-9

15. Goicoechea H. E., Buezas F. S., Rosales M. B. A non-linear Cosserat rod model for drill-string dynamics in arbitrary borehole geometries with contact and friction. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2019. Vol. 157–158. P. 98–110. DOI: https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2019.04.023

16. New Analysis Theory and Method for Drag and Torque Based on Full-Hole System Dynamics in Highly Deviated Well / X. Zhu et al. *Mathematical Problems in Engineering*. 2015. Vol. 2015. Art. 535830. DOI: https://doi.org/10.1155/2015/535830

17. Tengesdal N. K., Fotland G., Holden C., Haugen B. Modeling of drill string dynamics in directional wells for real-time simulation. *SIMULATION*. 2023. Vol. 99, no. 12. P. 1235–1248. DOI: https://doi.org/10.1177/00375497231175927

18. Mahjoub M., Dao N.-H., Menand S. Modeling the Effect of Axial Oscillation Tools in Torque and Drag Computations. *SPE/IADC International Drilling Conference and Exhibition* (The Hague, The Netherlands, 5–7 March 2019). SPE-194133-MS. DOI: https://doi.org/10.2118/194133-MS

19. Dynamic Soft String Model and Its Practical Application / S. Z. Miska et al. *SPE/IADC Drilling Conference and Exhibition* (London, England, UK, 17–19 March 2015). SPE-173084-MS. DOI: https://doi.org/10.2118/173084-ms

20. Samuel R., Huang W. Dynamic Torque and Drag Model. *SPE Annual Technical Conference and Exhibition* (Virtual, 26–29 October 2020). SPE-201629-MS. DOI: https://doi.org/10.2118/201629-ms

21. Liyanarachchi S., Rideout G. Improved stiff string torque and drag prediction using a computationally efficient contact algorithm. *Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems*. 2024. Vol. 30, no. 1. P. 417–443. DOI: https://doi.org/10.1080/13873954.2024.2348152

References

1. Shi, X., & et al. (2022). Optimal design of drag reduction oscillators by considering drillstring fatigue and hydraulic loss in sliding drilling. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, *208*, Article 109572. https://doi.org/10.1016/j.petrol.2021.109572
2. Slabyi, O., Hrydzhuk, Y., Kondur, T., & Mokhnii, I. (2023). Simulation model of a drill string with an axial vibration generator installed. *Prospecting and Development of Oil and Gas Fields*, (3), 49–60. https://doi.org/10.69628/pdogf/3.2023.49
3. Slabyi, O. O., Hrydzhuk, Ya. S., Tsaruk, V. F., Kondur, T. I., & Mokhnii, I. Yu. (2024). Vyznachennia optymalnoho mistsia roztashuvannia heneratora osovykh kolyvan v burylnii koloni [Determination of the optimal placement location of the axial oscillation generator in the drill string]. *Naftohazova Enerhetyka*, (1(41)), 86–95. https://doi.org/10.31471/1993-9868-2024-1(41)-86-95 (in Ukrainian)
4. Johancsik, C. A., Friesen, D. B., & Dawson, R. (1984). Torque and drag in directional wells—Prediction and measurement. *Journal of Petroleum Technology*, *36*(6), 987–992. https://doi.org/10.2118/11380-PA
5. Mason, C. J., & Chen, D. C.-K. (2007). *Step changes needed to modernize T&D software*. Paper presented at the SPE/IADC Drilling Conference, Amsterdam, The Netherlands. https://doi.org/10.2118/104609-MS
6. Aadnoy, B. S., Fazaelizadeh, M., & Hareland, G. (2010). A 3D analytical model for wellbore friction. *Journal of Canadian Petroleum Technology*, *49*(10), 25–36. https://doi.org/10.2118/141515-PA
7. Bembenek, M., & et al. (2024). An analytical–numerical model for determining "drill string–wellbore" frictional interaction forces. *Energies*, *17*(2), Article 301. https://doi.org/10.3390/en170203 01
8. Mitchell, R. F., & Samuel, R. (2009). How good is the torque/drag model? *SPE Drilling & Completion*, *24*(1), 62–71. https://doi.org/10.2118/105068-PA
9. Mirhaj, S. A., Kaarstad, E., & Aadnoy, B. S. (2016). *Torque and drag modeling; Soft-string versus stiff-string models*. Paper presented at the SPE/IADC Middle East Drilling Technology Conference and Exhibition, Abu Dhabi, UAE. https://doi.org/10.2118/178197-MS
10. Rocheleau, D. N., & Dareing, D. W. (1992). Effect of drag forces on bit weight in high-curvature well bores. *Journal of Energy Resources Technology*, *114*(3), 175–180. https://doi.org/10.1115/1.2905938
11. Mayouf, M., & Hadjadj, A. (2022). A stiff-string model for torque and drag analysis in directional wells. *Arabian Journal for Science and Engineering*, *47*(9), 12089–12102. https://doi.org/10.1007/s13369-022-06881-8
12. Yang, D., Rahman, M. K., & Chen, Y. (2008). Bottomhole assembly analysis by finite difference differential method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, *74*(9), 1495–1517. https://doi.org/10.1002/nme.2221
13. Arbatani, S., & et al. (2016). An approach to directional drilling simulation: Finite element and finite segment methods with contact. *Computational Mechanics*, *57*(6), 1001–1015. https://doi.org/10.1007/s00466-016-1274-2
14. Yang, C., & et al. (2021). A highly efficient beam-in-beam large sliding contact method for flexible multibody dynamics. *Computational Mechanics*, *67*(4), 1155–1175. https://doi.org/10.1007/s00466-021-01984-9
15. Goicoechea, H. E., Buezas, F. S., & Rosales, M. B. (2019). A non-linear Cosserat rod model for drill-string dynamics in arbitrary borehole geometries with contact and friction. *International Journal of Mechanical Sciences*, *157–158*, 98–110. https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2019.04.023
16. Zhu, X., & et al. (2015). New analysis theory and method for drag and torque based on full-hole system dynamics in highly deviated well. *Mathematical Problems in Engineering*, *2015*, Article 535830. https://doi.org/10.1155/2015/535830
17. Tengesdal, N. K., Fotland, G., Holden, C., & Haugen, B. (2023). Modeling of drill string dynamics in directional wells for real-time simulation. *SIMULATION*, *99*(12), 1235–1248. https://doi.org/10.1177/00375497231175927
18. Mahjoub, M., Dao, N.-H., & Menand, S. (2019). *Modeling the effect of axial oscillation tools in torque and drag computations*. Paper presented at the SPE/IADC International Drilling Conference and Exhibition, The Hague, The Netherlands. https://doi.org/10.2118/194133-MS

19. Miska, S. Z., & et al. (2015). *Dynamic soft string model and its practical application*. Paper presented at the SPE/IADC Drilling Conference and Exhibition, London, England, UK. https://doi.org/10.2118/173084-MS

20. Samuel, R., & Huang, W. (2020). *Dynamic torque and drag model*. Paper presented at the SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Virtual. https://doi.org/10.2118/201629-MS

21. Liyanarachchi, S., & Rideout, G. (2024). Improved stiff string torque and drag prediction using a computationally efficient contact algorithm. *Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems*, *30*(1), 417–443. https://doi.org/10.1080/13873954.2024.2348152

COMPARATIVE ASSESSMENT OF TOTAL DRILLSTRING MOTION RESISTANCE IN A CURVED WELLBORE SECTION

Slabyi O. O.
PhD in Technical Sciences, Associate Professor
Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas
76019, Karpatska Str., 15, Ivano-Frankivsk, Ukraine
https://orcid.org/0000-0002-1274-2875
e-mail: burewisnyk@gmail.com

Abstract. A model with bending stiffness, which resolves the deformed axis and contact regions. Friction follows the Amontons–Coulomb law. The numerical study covers build sections with an increasing inclination from 30° to 75° and from 45° to 60°, at build rates of 5°, 10°, and 15° per 30 m. It also covers conventional and heavyweight drill pipe and three contact geometry configurations: one without tool joints, and two with a periodic tool-joint pattern in different positions. The total section length is 500 m, with equal straight extensions. Tool joints only affect the contact diameter; the joint count, average weight and bending stiffness are held constant for each pipe type. A compressive force of 5 kN is applied to the upper end, with a friction coefficient of 0.35 and a drilling fluid density of 1200 kg/m³. The study comprises 108 primary calculations and the corresponding calculations with refined numerical settings. The weight-based model underestimates total friction by 7.05–25.43% relative to the model without bending stiffness. For configurations without tool joints, the integral friction forces obtained from the models with and without bending stiffness are practically equal. With tool joints, the deviation ranges from −0.83% to +1.64% relative to the model without bending stiffness. Reconstructed contact fields for a representative configuration demonstrate that total friction values close to those of the smooth drillstring coexist with contact loss near the junctions between the straight sections and the inclination-build section, as well as the compensation of friction differences among the individual segments. With tool joints, the sign of the total devia-?ion depends on the balance between contributions from the straight and inclination-build sections; shifting the pattern also alters the transverse boundary condition at the upper end. The model without bending stiffness may be suitable for total friction calculations when the observed deviations meet the tolerance requirements of the intended calculation. The model with bending stiffness is required for analysing deformation and local contact. These conclusions are limited to the investigated compression conditions. Configuration stability, the uniqueness of the equilibrium branch and independence from the computational domain length have not been verified.

Keywords: weight-based model; model without bending stiffness; model with bending stiffness; contact reactions; tool joints; axial compression.